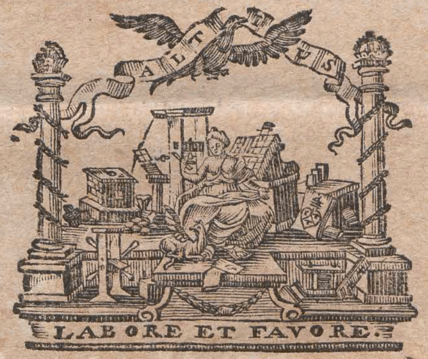
DISSERTATIO
DE LUNÆ
ATMOSPHÆRA

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO
BOSCOVICH,
SOCIETATIS JESU.



VINDOBONÆ,
TYPIS JOANNIS THOMÆ NOB. DE TRATTNERN,
CAES. REG. AULAE TYPOGRAPHI ET BIBLIOPOLAE.
MDCCLXVI.

DISSERTATIO
DE
LUNÆ ATMOSPHÆRA
AUCTORE
P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH
SOCIETATIS JESU.

I.

IStudiorum nostrorum specimen aliquod sub anni finem de more exhibituri lunæ atmosphæram selegimus, argumentum & ad physicam generalem, atque astronomiam excolendam, promovendamque, & ad geometriam, atque opticam, quibus hoc anno potissimum operam dedimus, exercendam aptissimum. Nemo enim non perspicit, quantum ad earum rerum cognitionem, quarum proprietates atque indolem contemplandas nobis exhibuit natura, defuturum sit, si lunæ, quæ una e cœlestibus corporibus tam multis, nobis tam proxima, ac terræ comes ad nos omnium maxime pertinet, ipsam externam ignoremus faciem, & nos prorsus lateat, num terræ ipsi similis ullo ambiatur fluido, ac si ullo ambitur, cujusmodi id demum sit. Nam quod ad Astronomiam pertinet, multa sane, quæ in fixarum stellarum, in planetarum, in ipsius solis occultatione post lunam observari solent, hinc pendent maxime, & sine fluidi lunam am-

bientis investigatione satis perspici nequaquam possunt. At ipsa ejusmodi investigatio institui omnino non potest, nisi in radios inquiratur per fluidum transmissos, ac eorum iter post egressum, & illa apparentium Figurarum, ac situs, & coloris mutatio, quam secum trahunt, dum ad oculos allabuntur, accuratius definiantur, quod quidem ad opticam pertinet, & quod cum sine Geometria præstari omnino non possit, utrique exercendæ campum aperit patentissimum sane, ac fœcundissimum.

2. Utinam autem cum argumenti, quod selegimus, adeo patenti utilitate, minor aliquanto difficultas, atque ambiguitas conjuncta esset, ut certum aliquid demum constitui posset. At ita contrariæ videntur esse, atque inter se pugnantes summorum etiam Astronomorum non tantum sententiæ, verum etiam observationes, ex quibus omnis ejusmodi disquisitio pendet, ut plurimis Recentiorum monumentis diligenter excussis, parum abfuerit, quin animum despondere coacti simus, ac notissimo illo consilio uti: *quæ desperes tractata nitescere posse, relinquas.* At cum & ex aliorum observationibus inter se collatis, & ex nostris ipsis nonnulla, quæ ad argumentum hoc pertinent, satis tuto censuerimus deduci posse, alia satis validis indiciis conjici, fortasse etiam nova, operæ pretium fore arbitrati sumus, si perstaremus in sententia, &, quæ in mentem nobis venerant, ad argumentum ipsum illustrandum proferremus. Illud sane videtur nobis haud difficulter evinci posse, lunam atmosphæra huic nostræ simili prorsus carere, & pleraque ex argumentis, quæ ad eam evincendam proferri solent, nullam habere vim, imo potius oppositam inde sententiam quam maxime confirmari. Habemus autem gravissima indicia fluidi cujusdam, quod aquæ potius nostræ simile, licet fortasse & tenue magis, & magis pellucidum, supra solidum lunæ nucleum ita circumquaque affusum sit, ut suprema ejus superficies

quieta semper, & levissima superficiem imam, sive nuclei ipsius faciem extimam, usque ad extremos suos margines, ut in tela quadam depictam exhibeat oculis, transpectum autem circa margines eorum omnium, quæ ultra fluidi ipsius globum sita sunt prorsus impediat. Supra id vero densius, & certa superficie terminatum fluidum, suspicari licet, extare fortasse, atque id quidem fors nec semper, nec ubique, tenuissimum quoddam auræ genus, quod quibusdam phænomenis faciat satis, quæ tamen ipsa veremur sane, ne longe aliis potius, quas indicabimus, caussis tribuenda sint. Sed hæc omnia in ipso dissertationis textu patebunt magis.

3. In primis autem considerabimus radios, qui transeunt prope globi superficiem extimam ita, ut in ipsum non incurrant, sed prætervolent: tum progrediemur ad eos, qui in ipsam ejus extimam superficiem incidunt, quæ si lævigata sit, inquiremus primum in eos, qui ab ipsa reflectuntur, tum si etiam sit pellucida, in reliquos, qui transmittuntur. Transmissorum autem considerabimus iter per orbem sphæricum pellucidum terminatum binis superficiebus concentricis primo quidem in casu, in quo orbis ipse sphæricus constet materia homogenea, ut vitro, vel aqua: deinde vero progrediemur ad casum, in quo orbis ipse constet stratis quibusdam, seu crustis heterogeneis, eo rarior & minore vi refractiva pollens, quo remotior a centro, ut nostra atmosphæra. In quibus omnibus multa sane & jucunda, & utilissima, & fortasse etiam nova sese offerent, quæ tum ad annulum quendam circa obscuram videndum lunam in eclipsibus, tum ad dichotomiam lunarem, tum ad stellarum potissimum fixarum occultationes pertinent, atque hæc quidem postrema curvas quasdam miræ indolis exhibebunt, quas Fixæ post atmosphæram nostræ similem transpectæ in ea oculo spectatoris offerrent. . Iis demum definitis dela-

labemur ad ea, quæ circa lunarem globum obſervata ſunt, & de fluidi ipſum ambientis conſtitutione noſtram proferemus ſententiam, ac vel conjecturas exhibebimus, vel interponemus judicia.

4. Ut igitur ordiamur a radiis tranſeuntibus prope ſuperficiem extimam globi cujuſpiam, notiſſima eſt inflexio illa radiorum prope corpora craſſiora tranſeuntium, quam Grimaldus noſter detexit, & quæ a Phyſicis dicitur diffractio luminis. Radii nimirum, qui ad ejuſmodi corpora accedunt magis, quam pro quodam intervallo perquam exiguo, a recto diſcedunt tramite vi quadam intorti, qua alii ex iis velut attracti ad corporis ipſius ſuperficiem accedunt, & inflectuntur introrſum in umbram corporis inflectentis, alii velut repulſi ab ea diſcedunt, & extrorſum abeunt ad partes oppoſitas umbræ ipſius. Newtonus Opticæ parte 3. in haſce luminis inflexiones diligentius inquiſivit, ubi in pluribus experimentis etiam diſtantias illas definivit, in quibus vires in radios agentes, eoſque detorquentes egerant, ac intervalla, in quibus radii illæſi recto itinere prætervolaverant.

5. Porro e legibus refractionis, & reflexionis luminis illud etiam colligitur, quod Phyſicis pariter eſt ſatis notum, vim illam, quæ lumen a recto itinere detorquet, in diſtantiis æqualibus a corporum detorquentium ſuperficie æqualem eſſe pro eadem luminis particula, utcumque eadem vis mutatis diſtantiis mutari poſſit, ut & illud eſt obſervatum, diverſorum colorum radios in iiſdem diſtantiis diverſam ſentire vim, & diverſam inflexionem pati.

6. Sit jam (*in Fig.* I.) C centrum globi AD, cujus radio CA adjecto intervallo illo, in quo exercetur vis agens in particulas luminis, ſit alius globus PEM habens pro radio ſummam hanc prioris illius radii, & intervalli adjecti, ac planum chartæ exhibeat ſectionem utriuſque globi factam per centrum. Sit autem S punctum radians in eodem plano ſitum, & ex eo diſcedant bini

radii SEQ, SPR tangentes circulum ſectionis exteriorem in E, & P. Patet, ad nullum punctum ſpatii $RPEQ$ devenire poſſe radios directos, ac proinde ſi nomine umbræ ſignificetur omne id ſpatium, ad quod nulli pertingunt radii directi, patet, umbram reſpectu puncti radiantis S contineri tangentibus omnibus RP, QE, & ſuperficie PME. Sed in ejuſmodi umbram incurrent radii ita inflexi in illo orbe concluſo binis ſuperficiebus PME, BDA, ut nec in globi interioris ſuperficiem incurrant, nec extrorſum inflexi, ac repulſi, ultra tangentes ipſas excurrant, ut radius $SFVHI$, qui umbræ margines lumine quodam perfundet, quod lumen vel vividius eſſe poterit, vel languidius, vel etiam nullum, prout ad eandem umbræ particulam plures deferentur, vel pauciores, vel etiam nulli e radiis inflexis, quorum alii aliter a viribus illis pro diverſa diſtantia a tangente SQ, cum qua deveniunt, adeoque pro diverſa via, quam per illum orbem tenent, inflectuntur. Ibi autem & colores diverſi exhiberi poterunt, cum nimirum radiorum ipſorum diverſos habentium colores innatos alii aliter inflectantur, adeoque alibi plures unius coloris concurrant, alibi alterius.

7. Idipſum autem obſervationibus confirmatur; nam umbræ corporum tenuium, ut capilli, in tenuiſſimo radio per exiguum foramen admiſſo conſtitutorum multo ampliores apparent, quam deberent pro ratione craſſitudinis ipſorum. Lumen autem ejuſmodi tranſmiſſum prope aciem cultri tenuiſſimam, vel per intervallum inter binas acies ita inflectitur, ut manifeſto evincatur in utramque inflecti partem, ac in omnibus ejuſmodi caſibus, ſi experimenta rite inſtituantur, fimbriæ quoque coloratæ apparent obſcurioribus intervallis diſtinctæ, quæ plerumque ternæ, ſæpe etiam plures conſpici ſolent. De perturbatione autem umbræ carentis penitus omni lumine facta per hoſce radios habentur multa notatu

digna in Commentariis Academiæ Pariſienſis ad annum 1723, ubi multæ proferuntur obſervationes D. Maraldi huc pertinentes.

8. Cum vero oculo conſtituto in ipſa radii jam inflexi directione, in eadem videri debeat lumen ejus coloris, cujus is eſt radius, ſi inter plures eadem directione incurrentes in oculum vel is prævaleat, vel ii, a quibus commixtis ipſe componitur, album vero, ſi omnes eadem directione eo delati ad omnes æque colores pertineant; idcirco oculo conſtituto intra umbram illam, ad quam radii directi non pertingunt, in quibuſdam diſtantiis ab ejuſdem umbræ limite circa margines corporis umbram ipſam projicientis obſervari debet lumen quoddam, imo etiam plures luminis fimbriæ, quæ & coloratæ eſſe poterunt. Atque id pariter obſervatum eſt ſæpe, & in Actis Acad. Pariſienſis ad annum 1715 habetur obſervatio D. De l'Isle, qui cum plures circulos e diverſa materia ſingulos ſingulis vicibus ita ſoli oppoſuiſſet, ut oculo poſt ipſos conſtituto totum ſolem obtegerent, margines fimbriatos aſpexit, atque ipſos circulos lucidis quibuſdam annulis circumdatos. Idem in diſſertatione hac de re edita paucis abhinc annis oſtendit, quo pacto annulum ipſum admodum facile contemplari liceat incluſo circulo intra tubum in ſummo vertice apertum, in imo habentem tubulum mobilem cum foramine, cujus tubuli ope poſſit oculus a circulo removeri, vel ipſi admoveri ita, ut ejus apparens diameter jam diametro apparenti ſolis ſit minor, jam major, ac proinde tubo in ſolem directo referat eclipſes ſolis vel partiales, vel annulares, vel totales, ut libet. Ubi autem totales exprimit, & totum ſolem tegit, tum vero circa margines apparent lucidæ illæ fimbriæ obſcurum circulum, ut annuli quidam, ambientes, quibus multi ſimilem prorſus eſſe cenſent, & eidem cauſſæ tribuunt annulum quendam, qui in totalibus ſolis eclipſibus ſemper conſpectus eſt,

eſt, & quem alii lunari Atmoſphæræ tribuunt, unde fit, ut ejus conſideratio ad rem noſtram pertineat, alii ad ſolis Atmoſphæram referunt, alii ad alias cauſas, de quibus infra agemus pluribus.

9. Interea quod pertinet ad fimbrias circa opaca corpora viſas ob luminis diffractionem, ſive inflexionem prope margines, notabimus quædam, ex quibus noſtro quidem judicio admodum facile, & manifeſto deducetur deinde, annulum illum, qui in eclipſibus ſolis lunam ambit, non poſſe huic cauſæ tribui, & inter caſum circuli oculo proximi, & caſum corporis ab ipſo oculo remotiſſimi, tam immane diſcrimen eſſe, ut fimbria, quæ in exigua diſtantia ſatis vivida apparere debet, & amplior, in majoribus diſtantiis debeat ſe contrahere ad incredibilem tenuitatem, ac ita langueſcere, ut penitus evaneſcat.

10. In primis illud evidenter patet, ad quodvis punctum I ſpatii $R\ P\ M\ E\ Q$ deferri non poſſe ullum radium, qui non prodeat ex aliquo puncto H ſuperficiei $P\ M\ E$. Nam radii, qui in eam ſuperficiem non incidunt, recti abeunt ex hypotheſi, adeoque ultra tangentes $S\ E\ Q$, $S\ P\ R$ avecti, ad punctum I detorqueri non poſſunt. Quare ii ſoli devenire poſſunt ad ipſum I, qui delati ad ejuſmodi ſuperficiem, ita per eam intorquentur, ut in nucleum non incidant, ſed prætergreſſi ex ea iterum erumpant. Ubi autem ex ea eruperint alicubi in H, recto tramite deinceps delati devenient ad I directione $H\ I$.

11. Hinc autem illud conſequitur, omnes ejuſmodi radios debere jacere intra angulum, quem continent tangentes $I\ M\ d$, $I\ a\ b$ e puncto I ductæ ad illam ſuperficiem externam. Porro ſi globus $A\ B\ D$ obſcurus ex parte oculi conſtituti in I in diſtantia paulo majore, videri debeat ante ſpatium ſatis lucidum, cujus partem tegat, ut ante ſolem; nigrantis obſtaculi tegentis lucidum ſpatium magnitudo apparens debebit definiri ab ipſo angulo $b\ I\ d$

ampliore aliquanto, quam si radii directi nucleum ipsum contingerent; nam e partibus extra eum angulum sitis integrum lumen & illæsum deferri debet ad oculos, quod longe vividius debebit esse, quam lumen intra binas illas superficies transmissum, & pluribus admodum inæqualibus inflexionibus longe lateque dispersum, quod proinde spatium pleno externo lumini collatum vel nigerrimum apparebit, vel longe languidiore perfusum lumine; nisi forte alicubi plures radii diversis inflexi angulis conveniant. Quamobrem si jam idem illud lucidum corpus post sphæram *P M E* delitescat, & summoto ejus lumine, fimbria a radiis inter binas superficies transeuntibus efformata, satis luminis habuerit, ut videri possit, apparebit ipsa fimbria intra limites circuli, quo prius nigricantis objecti magnitudo apparens finiebatur, non extra ac proinde fimbria ipsa magnitudinem nigricantis circuli antea observati in sole augere omnino non poterit.

12. Jam vero ut in ipsius fimbriæ crassitudinem, sive amplitudinem inquiramus, concipiatur via *F V H* inter binas illas superficies radii delati directione quadam *S F*, & egressi directione *H I*. Productis *S F*, *I H* usque ad superficiem exteriorem in *G*, *N*, chordæ *F G*, *H N* debent esse æquales. Cujuscumque enim naturæ sit curva illa *F V H*, si ejus medium punctum sit *V*, debet omnino *V H* esse prorsus similis, & æqualis *V F*. Cum enim vires detorquentes radii iter in æqualibus a globo distantiis æquales esse debeant, ubi semel radius ipse cœperit accessum ad superficiem interiorem in recessum mutare, debebunt recessus primi augeri eodem ordine inverso, quo postremi accessus augebantur; quod quidem & in gravium motu in spatio non resistente manifesto perspicitur, & in Mechanica quoque admodum facile pro quovis genere virium generaliter demonstratur: in optica autem generaliter observatur illud, radium a puncto ad punctum

quoddam delatum quacumque via, si e posteriore regrediatur, eandem prorsus viam relegere, ut ad prius illud punctum redeat; unde fit, ut si semel radius alicubi in *V* evadat perpendicularis rectæ ad *C* ductæ, & ejus motus retro concipiatur reflexus per eandem perpendicularem, ipsum debere regredi per eandem viam *V F*, per quam advenerat. Quare cum eadem omnia inveniat, si ex *V* per illam perpendicularem progrediatur versus *H*, quæ inveniret, si regrederetur versus *F*, semitæ pars *V H* erit prorsus æqualis, & similis parti *V F*. Unde etiam infertur illud; si radius luminis post inflexiones quascumque inter illas binas superficies incipiat alicubi accessum paulatim mutare in recessum, ipsum radium debere deinceps perpetuo recedere, donec ad extimam delatum recta pergat. Nam ubi incipit accessum ita mutare in recessum, debet ibi ejus via esse perpendicularis rectæ ad centrum ductæ, adeoque reliqua semita debet præcedenti esse prorsus similis & æqualis.

13. Quoniam autem in *F* incipit, in *H* desinit inflexio viæ, erunt *S F*, *I H* tangentes curvæ *F V H*, quæ curva cum in *F*, & *H* sibi omnino similis & æqualis eodem prorsus pacto inclinetur ad circuli extimi peripheriam, illæ ipsæ rectæ in eodem pariter angulo ad eandem peripheriam inclinabuntur, & proinde chordæ *F G*, *H N* æquales erunt, & æque distantes a centro *C* per rectas *C L*, *C O* ipsis perpendiculares. Quamobrem si rectæ *S A*, *I D* tangant interiorem circulum, sive nucleum in *A*, & *D*, quicumque radius deferetur per rectam *S F* inclusam angulo *E S A*, idem prodibit per rectam *H I* inclusam angulo *M I D*. Quoniam enim erit *C L* minor quam *C E*, & major quam *C A*, erit etiam *C O* minor quam *C M*, & major quam *C D*.

14. Porro radii illi, qui inter binas superficies transmissi in nucleum non incidunt, videntur omnino non debere incidere in

majore diſtantia a tangente *S E*, quam diſtet tangens *S A*. Poſſet quidem radius *S F* etiam directus ad aliquod punctum *f* nuclei, ut (*in Fig.* 2.), obverſa prius convexitate rectæ *F f*, tum flexu mutato per *F V H* accedendo perpetuo ad nucleum uſque ad *V*, ipſum evitare, ac emergere ex *H*, quo caſu radius *I H* illo tangentium angulo nequaquam contineretur; & videntur ſane radii omnes in majoribus diſtantiis repelli, in minoribus attrahi ita, ut debeat haberi ejuſmodi mutatio flexus; verum e phænomenis luminis colligitur, radios, qui tam procul ab externa illa tangente diſtant, & ad corporis punctum aliquod diriguntur, non poſſe, evitato ipſo corpore, introrſum inflecti in umbram; nam in diaphanis corporibus, denſioribus vel pinguioribus circumjacente medio radii directi ad eorum ſuperficies utcumque oblique, partim reflectuntur, partim tranſmittuntur, adeoque non gyrant per continuam inflexionem circa ſuperficies ipſas, & idcirco potiſſimum ad eas inflexiones manifeſtius percipiendas adhibentur corporum anguli, vel acies, vel ſi dorſum incurvi corporis adhibetur, ſeligitur potius corpus tenue, cujus curvatura ſit magna. Nam ſi per longius ſpatium radius debeat obtinere exiguam a ſuperficie diſtantiam, quod in majoribus globis evenire neceſſe eſt, potiſſimum ſi, ut (*in Fig.* 2.), radius incidens dirigi debeat ad ejus punctum aliquod *f*, vel repulſus emerget, vel attractus in ſuperficiem ipſam incidet.

15. Porro (*in Fig.* 1.) ſi rectæ *C M*, *I D* ſibi mutuo occurrant in *m*, erit *m M* aliquanto minor, quam diſtantia binorum circulorum, adeoque minor illo intervallo, ad quod extenditur ſenſibilis actio luminis. Id autem intervallum ex omnibus experimentis deducitur omnino minus, quam ſit $\frac{1}{100}$ pollicis Pariſienſis. Si ejuſmodi intervallum aſſumatur pro *M m*, & diſtantia *M I* ſit pedum 10, ſive pollicum 120, eſſet *I M* ad *M m*, ſive radius ad tangentem anguli *M I m*, ut 12000 ad 1, ſive ut 10000000 ad 633, quæ eſt tangens ſecundorum 13. Quamobrem ſub eo angulo videri poſſet latitudo annuli circa marginem, quæ ſi duplo etiam ſit minor, oculum nequaquam effugiet. At ſi punctum *I* removeatur ab *M* ad eam diſtantiam, quam habet luna a terra, amplitudo illius annuli fere in immenſum decreſcet. Nam diſtantia lunæ a terra eſt 60 ſemidiametrorum terreſtrium circiter, quarum ſingulæ fere continent pedes 20000000, ac proinde ea diſtantia eſt pedum circiter 1200000000, nimirum vicibus 120000000 major, quam illa prior, quæ exhibebat angulum ſecundorum 13. Cum igitur angulus *M I m* tam exiguus decreſcat quam proxime in eadem ratione, in qua creſcunt diſtantiæ *M I*, quod & de planetarum diametris apparentibus paſſim demonſtrari ſolet, fiet is angulus in ea diſtantia multo minor quam $\frac{1}{9000000}$ pars unius minuti ſecundi, qua adhuc multo minor deberet eſſe magnitudo apparens ejus intervalli.

16. Quod ſi globus non levis ſit, ſed aſper, & in apices, ac acies acutas deſinat, vel angulorum ſolidorum latera, multo evidentius is calculus habebit locum, & radiis, qui ad ejus corporis puncta diriguntur, vel reflexis, vel in ejus faciem incidentibus, in ſolo illo intervallo minore $\frac{1}{100}$ pollicis, quod extat, videri poterit lumen. Si vero præterea radii ipſi in exteriori parte ejus intervalli repelluntur, & ſolum in interiore attrahuntur, nullus ex iis, qui ad diſtantiam attractionis non pertingunt, intorquetur introrſum in umbram, & ad oculum in umbra ipſa conſtitutum devenire poteſt. Quamobrem ſpatium, ex quo radii ad oculum deferri poſſunt, & in quo oculus ipſe fimbriam lucidam, ſive annulum videre poteſt, multo adhuc eſt arctius, & ſub angulo multo adhuc minore videri poſſet, quam illo $\frac{1}{9000000}$ unius minuti ſecundi prius definito.

B 3

17. At quis non perſpicit, craſſitudinem apparentem adeo exiguam nullo pacto ſub ſenſum cadere poſſe, niſi forte ingens quædam luminis copia ex tam exiguo ſpatiolo prodeat, quæ per radios aberrantes intra oculum imaginem apparentem augeat, ut in ſtellis fixis accidit, quarum diametri apparentes perquam exigui ab eo erratico lumine augentur ita, ut poſſint viſum percellere? verum ſi e tam exiguo apparenti ſpatiolo ſolis lumen integrum, ut eo appellit, & nulla ſui parte diſtractum deveniret ad oculum, adhuc percipi nequaquam poſſet. Nam ſi ſol ad eam diſtantiam diſcederet, in qua ejus diameter apparens ad $\frac{1}{9000000}$ unius ſecundi non pertingeret, ne per teleſcopia quidem videri poſſet. At præterea radii illi dum a tangente $E\,Q$ diſcedunt, diſtrahuntur in immenſum. Inflexio per plures etiam gradus detorquet radios. Verum ſi concipimus maximam inflexionem fieri per unicum minutum ita, ut angulus $Q\,Z\,I$ rectæ $E\,Q$ tangentis cum ultima recta $I\,H$, quæ recta hic concipiatur omnium maxime inflexa, unius minuti tantummodo ſit, diſtantia puncti I ab $E\,Q$ exprimente intervallum, per quod radii inter binos circulos tranſmiſſi diſperguntur per inflexionem, erit ejuſmodi diſtantia ad diſtantiam $I\,Z$ 60 ſemidiametrorum terreſtrium, ut ſinus unius minuti ad radium, ſive ut 291 ad 1000000, ac aſſumpto, ut prius, numero, ut ajunt, rotundo pedum 20000000 pro ſemidiametro terræ, obveniet ea diſtantia pedum fere 350000, pollicum pluſquam 4000000, adeoque intervallo inter binas ſuperficies, quod $\frac{1}{100}$ pollicis parte minus eſſe diximus, major erit ea diſtantia pluſquam 400000000 vicibus, per quam cum diſpergatur pars quædam tantummodo radiorum, qui ad illud intervallum allabuntur, ea diſtractio tam immanis eſt, ut licet illud ſpatiolum ſub angulo utcumque magno videndum eſſet, deberet prorſus fallere quodcumque, utcumque acutiſſimum oculorum genus.

18. Atque ex his omnibus manifeſto colligitur, fimbrias illas, ſive annulum ex radiis inflexis genitum in ea diſtantia, in qua luna a terra diſtat, videri omnino non poſſe. Illud autem evidentiſſime patet, immane haberi diſcrimen inter caſum circuli, vel globi exigui, & oculo proximi, a caſu globi immanis, & remoti, nec a primo caſu ad ſecundum licere tranſitum. In circulo, vel globo exiguo, & proximo, radii per inflexionis intervallum tranſeuntes citius prætervolant, & ab intorquentibus viribus liberantur; iidem minus diſtrahuntur poſt tranſitum, & intervallum ipſum, ex quo deveniunt ad oculum, ſpectatur ſub angulo ſenſibili. In globo ingenti & remoto diutius viribus ipſis obnoxii ſunt, quibus multo plures ex iis vel repelluntur extra umbram, vel adducuntur ad nucleum, multo paucioribus tranſvolantibus, iidem diſtrahuntur in immenſum magis, ac intervallum, ex quo deveniunt ad oculos, angulum ſubtendit ita exiguum, ut fere non oculi tantum, ſed mentis quoque aciem effugiat.

19. His ita definitis circa radios inflexos in minima diſtantia a ſuperficie globi, progrediemur ad radios e leviſſima globi ſuperficie reflexos. Quamquam autem reflexio ipſa fit in eodem ſpatio binis illis ſuperficiebus incluſo, nec in puncto quodam radius reflectitur ibidem infractus, ſed incurvatur; tamen, ut in Catoptrica paſſim fit, contempto exiguo illo intervallo, & curvatura, qui contemptus nihil noſtræ huic diſquiſitioni officiet, conſiderabimus radios, ut in ipſo ſuperficiei, ad quam appellunt, puncto reflexos, quod idem infra præſtabimus, ubi de radiis refractis ſermo erit.

20. Sit igitur (*in Fig.* 3.) $L\,D\,I$ circulus ortus in ſuperficie globi ſecti plano tranſeunte per punctum radians S, centrum ipſius globi C, & punctum E, in quod radius $S\,E$ incidat. Ducto radio $C\,E$, ac producto in G, & facto angulo $G\,E\,H$ æquali $G\,E\,S$,

patet radium reflexum debere abire per EH, & oculo conſtituto in quovis puncto H rectæ EH punctum S debere videri per reflexionem in E.

21. Si punctum E congruat cum puncto D, in quo recta SC occurrit circulo, evaneſcente angulo GES, patet, debere evaneſcere etiam angulum GEH, & radium reflexum redire per eandem viam DS. Si vero punctum E abeat in punctum I, in quo ipſum circulum tangit recta SIK, congruet recta SF cum ipſa tangente, adeoque radio CE perpendicularis erit. Nam angulus GES rectus erit, & proinde etiam GEH rectus, & EH jacebit in directum cum ES; nimirum congruente radio directo SE cum tangente SI, congruet reflexus EH cum ipſa tangente producta IK. Quoniam vero in motu continuo puncti E a D verſus I, recta EH indefinite producta motu pariter continuo debet abire a poſitione DS ad poſitionem IK, atque id accidit in quovis plano per SC ducto; patet, ad omnia puncta ſita extra umbram definitam ſuperficie reflectente IL, & tangentibus omnibus IK, LM ductis ab S; & ultra contactum productis, nimirum ad quodvis punctum, ad quod deferuntur radii directi, deferri etiam radium aliquem reflexum, atque unicum. Quam ob rem oculus ubicumque ita conſtitutus ſit, ut per radios directos videre poſſit punctum ipſum radians S, poterit itidem ipſum videre per reflexionem in ſuperficie illa ſphærica, ac in unico ejus puncto.

22. Datis punctis S, H, & globo, inveniri poteſt in ejus ſuperficie punctum illud ipſum E, in quo ex H videri debeat S, atque ejus problematis Geometriam planam tranſcendentis, & ſublimiores requirentis curvas plurimæ paſſim extant apud Opticos ſolutiones ſatis elegantes; ſed nobis ſatis erit conſiderare caſum ſimpliciſſimum, in quo radius globi CE reſpectu diſtantiarum CH, CS ſa-

CS ſatis exiguus ſit. Tum enim etiam anguli CHE, CSE reſpectu angulorum GEH, GES admodum exigui erunt, cum eorum ſinus ad ſinus horum, ſive, quod idem eſt, ad ſinus angulorum CEH, CES debeant eſſe ex Trigonometria, ut radius CE ad rectas CH, CS. Quamobrem anguli interni ECH, ECS externis GEH, GES erunt æquales quam proxime, adeoque etiam quam proxime æquales inter ſe, ac proinde ſecto bifariam in E arcu DO, quem intercipiunt rectæ CS, CH, habebitur punctum illud imaginis S.

23. Hinc dato corpore lucido AB, facile erit definire figuram, & magnitudinem imaginis Ff, ducendo ex omnibus ejus punctis A, B ad centrum C rectas ſuperficiei globi occurrentes in a, b, & ſecando bifariam omnes arcus Oa, Ob circulorum maximorum in F, f. Quod ſi corpus AB fuerit globus, patet, radios omnes ipſum tangentes, debere eſſe in ſuperficie coni recti, cujus interſectio ab cum ſuperficie ſphæræ erit circulus. Ac ſi corporis AB ſpectati ex C diameter apparens ſit exigua ita, ut ſuperficies ab haberi poſſit pro plana, & arcus OD ad ſemicirculum non nimis acceſſerit, imago Ff erit ellipſis quam proxime, cujus axis minor erit Ff dimidius diametri ab, & axis major ipſi perpendicularis ad ab erit, ut ſinus arcus OD, ad ſinum arcus dimidii.

24. Si enim (*in Fig.* 4.) puncta O, F, E, f, a, C, b, ſint eadem ac (*in Fig.* 3,) ductaque diametro ſphæræ Oo quivis circulus OQo maximus ipſius ſphæræ incurrat in Q in circulum illum ab, ac in N in imaginem Ff, & polo O ſint arcus circulorum Nn, PE, Qq, RD tranſeuntes per N, E, Q, D, & occurrentes circulo OEo, imagini Ff, circulo eidem Oo, & circulo ab in n, P, q, RE; erit & QD per hypotheſim dupla OE, & Oa dupla OF, adeoque & DA dupla Ff, ac eodem argu-

mento $h\ D$ dupla $E\ f$, & $D\ q$ dupla $E\ n$, adeoque & tota $a\ b$ dupla $F\ f$, & $a\ q$ dupla $F\ n$, & $q\ b$ dupla $n\ f$, ac proinde rectangulum $a\ q\ b$ quadruplum rectanguli $F\ n\ f$, & rectangulum $a\ D\ b$ rectanguli $F\ E\ f$.

25. Arcus autem $Q\ q$, $N\ n$ mensuræ ejusdem anguli sphærici $Q\ O\ q$ erunt similes, adeoque ut radii circulorum, ad quos pertinent, sive proxime circulorum transeuntium per E, & D, nimirum ductis $E\ T$, $D\ V$ perpendiculis in axem $O\ o$, quæ erunt sinus arcuum $O\ E$, $O\ D$, & simul erunt eorum circulorum radii, ut $D\ V$ sinus arcus $O\ D$ ad $E\ T$ sinum arcus $O\ E$ ejus dimidii, & cum id contingat, ubicunque sint puncta n, q, iis abeuntibus in E, D, erunt in eadem ratione $D\ R$, $E\ P$. Quare erit quadratum $n\ N$ ad quadratum $P\ E$, ut quadratum $Q\ q$ ad quadratum $R\ D$, sive ex natura circuli ut rectangulum $a\ q\ b$ ad rectangulum $a\ D\ b$, sive sumptis subquadruplis, ut rectangulum $F\ n\ f$ ad rectangulum $F\ E\ f$. Nimirum alternando quadratum $N\ n$ ad rectangulum $F\ n\ f$ in constanti ratione quadrati $P\ E$ ad rectangulum $F\ E\ f$, sive ad quadratum $F\ E$, quæ est ipsa natura ellipseos, cujus alter semiaxis $E\ F$, alter $E\ P$, & ille quidem, ut demonstravimus, dimidius semidiametri $D\ a$, hic vero ad semidiametrum $R\ D$, ut $E\ T$ sinus arcus $O\ E$ ad $D\ V$ sinum arcus dupli $O\ D$, ut proposueramus.

26. Porro axis ille $F\ f$ (*in Fig.* 3.) qui semper ejusdem magnitudinis est, nimirum dimidius $a\ b$ oblique spectatur ex H sub angulo $H\ E\ F$, qui est complementum anguli $G\ E\ b$, sive proxime $G\ C\ H$, cujus mensura est arcus $O\ E$. Quamobrem crescente arcu $O\ E$, apparet eo minor, quo est major ejus sinus. At (*in Fig.* 4.) semiaxis $P\ E$, qui quidem semper spectatur directe, cum sit ad semiaxem $D\ R$, ut sinus arcus $O\ E$ ad sinum arcus $O\ D$, crescente arcu $O\ E$, semper crescet in ea ratione, in qua crescet ratio sinus arcus $O\ E$ ad sinum arcus $O\ D$ dupli ipsius. Ea enim ratio semper crescit, & ubi ii arcus sunt exigui, sinus arcus $O\ E$ est dimidius sinus arcus dupli quam proxime: ubi autem $O\ E$ est 60 graduum, jam ei æquatur, & deinde ipsum etiam superat in immensum. Atque hæ proportiones erunt veris proximæ, donec arcus $O\ D$ non ita accesserit ad semicirculum, ut jam arcus $D\ R$ excrescat nimis, & nimis recedat a recta linea. Quo casu adhuc facile determinari poterit semiaxis imaginis $E\ P$, qui puncto b accedente ad O, posset ad integrum semicirculum pervenire, imo & totum circulum occuparet, si (*in Fig.* 3.) globus C totus in globo $A\ B$ videretur immersus.

27. Ex iis, quæ demonstrata sunt, patet forma, & magnitudo imaginis globi $A\ B$ pro diversis positionibus puncti H respectu lineæ $S\ C$, & magnitudine globi S, & C. Si H sit in ipsa recta $S\ C$, ut in h, forma erit circularis, magnitudo autem diametri $F\ f$ erit dimidia magnitudinis $a\ b$. Porro magnitudo apparens $a\ b$, sive angulus $a\ h\ b$, erit ad angulum $a\ C\ b$, sive (si S sit sol, C luna levis, vel fluido circumdata, cujus semidiameter respectu distantiæ est satis exigua) ad diametrum apparentem solis e luna visam, ut $C\ a$ ad $a\ b$, sive ut semidiameter vera lunæ ad distantiam lunæ a terra, cum exiguæ apparentes magnitudines sint reciproce ut distantiæ. Ea autem ratio est proxime eadem, ac ratio sinus semidiametri apparentis lunæ ad radium, sive assumpta media quadam semidiametro minutorum 16, erit ut 465 ad 100000. Cum vero diameter apparens solis e luna visi sit fere eadem, ac solis visi e terra, circiter $31'$, factis ut 100000 ad 465, ita $31' = 1860''$ ad quartum, prodeunt $8''\frac{2}{3}$. Imaginis igitur $F\ f$ diameter in eo casu erit circiter secundorum 4, quæ totius diametri apparentis lunaris vix est $\frac{1}{444}$, adeoque tota ejusmodi imaginis apparens area respectu apparentis areæ lunaris esset circiter $\frac{1}{200000}$

nimirum perquam exigua, & instar puncti; quod quidem contingeret in ipso plenilunio, in quo ea imago esset in medio disco apparenti lunæ. In reliquis autem lunæ phasibus augeretur quidem longitudo, quæ etiam luna in sole visa deberet diffundi per totum limbum intra ipsum solem immersum, at latitudo decresceret plurimum, nimirum fere in ratione cosinus arcus OE, sive cosinus distantiæ a medio disco, quæ latitudo idcirco minueretur quamplurimum luna vergente ad conjunctionem cum sole.

28. Facile esset etiam definire intensitatem luminis reflexi, pro quavis positione puncti H in hypothesi, quod totum lumen reflectatur, vel detur ratio luminis reflexi ad transmissum, sed quoniam hæc investigatio a nobis instituta est in gratiam fluidi lunam ambientis, quod nos suspicamur esse omnino aliquod, at cujus vim reflexivam ignoramus, idcirco satis erit notare hæc pauca. Lumen ejusmodi ante reflexionem incidit in hemisphærium lunæ, immo ejus mensura est sola basis hemisphærii ipsius, nimirum circulus lunæ maximus, post reflexionem vero diffunditur per superficiem fere totam globi habentis pro semidiametro distantiam lunæ a terra, quæ in casu semidiametri apparentis lunæ ipsius 16′ est ad ejus semidiametrum veram, ut 465 ad 100000. Cum igitur superficies sphærarum sint, ut quadrata semidiametrorum, erit ea superficies ad superficiem lunæ totam, fere ut 46249 ad 1, & proinde ad circulum ejus maximum, ut 184996 ad 1. Tot igitur vicibus minor erit densitas media luminis reflexi, quam luminis directe propagati usque ad lunam, vel etiam ad terram a quovis solis puncto, si totum id lumen reflecteretur, quæ attenuatio jam satis est magna, est enim ejusmodi, quæ haberetur si sol abiret ad eam distantiam, in qua ejus apparens discus in eadem ratione minor esset, quam nunc, nimirum, in qua diameter apparens esset tot vicibus minor, quot exprimit ejusdem numeri

radix quadrata, nempe 420, quo casu solis diameter ad sola 4 minuta secunda reduceretur. At quoniam in quibusvis diaphanis superficiebus ingens radiorum pars transmittitur, & si fluidum sit satis rarum, potest in immensum minui quantitas radiorum reflexorum; manifesto patet, posse haberi aliquod fluidum circa lunam, quod densitatem habeat non insensibilem, at cujus imago per reflexionem ob exiguitatem diametri apparentis, & luminis tenuitatem sub sensus non cadat, potissimum cum ea semper incidat in eam lunæ partem, quam sol illuminat, & quæ, ubi imago ipsa est aliquanto latior circa plenilunia, ita directe illuminatur a sole, ut umbras sensibiles nobis conspicuas habeat nullas.

29. Progrediamur jam ad contemplandum radium AB transmissum (*in Fig.* 5.) per superficiem sphæricam BDE in orbem sphæricum terminatum superficie interiore MHb, qui constet substantia magis refractiva, quam medium circumjacens. Is non progredietur recta per chordam BD, sed per aliquam chordam BF inflectetur introrsum ad diametrum BCE superficiei sphæricæ perpendicularem. Definietur autem admodum facile chorda BF, si detur ratio sinus incidentiæ e medio circumjacente in medium orbis illius ad sinum anguli refracti. Aptanda nimirum erit ex puncto E in semicirculo EDB chorda EF, quæ ad chordam ED sit, ut est sinus ille anguli refracti ad sinum anguli incidentiæ, cum EF, ED in triangulis EFB, EDB rectangulis in semicirculo haberi possint pro sinubus angulorum EBD, EBF incidentiæ & refractionis. Ex. gr. si ex aere in aqueum orbem transeat radius, debebit EF continere $\frac{3}{4}$ ipsius ED, si in vitreum $\frac{2}{3}$.

30. Quod si radius Ab tangat superficiem exteriorem in b, tum punctis D, & B coeuntibus in b, erit ef ad diametrum eb in ea ratione sinus anguli refracti ad sinum anguli incidentiæ.

31. Si jam radio CM ſit nucleus interior MHb, & is radius ſit major dimidia ef, nullus e radiis quacunque directione incidentibus in quodcunque punctum ſuperficiei exterioris non impinget in ſuperficiem interiorem. Si enim ducatur Ci perpendicularis ad bf, ea erit dimidia ef ob bC dimidium be. Quare ſi CM fuerit major, quam dimidia ef, erit major quam Ci perpendicularis ad bf, & punctum i chordæ hf jacebit intra ſuperficiem interiorem, intra quam propterea immergetur ea ipſa chorda, & proinde ei alicubi occurret in h. Porro ſi ſit quivis alius radius AB, qui ſuperficiem exteriorem non tangat, erit profecto ED minor diametro eb. Quare cum ſit EF ad ED, ut ef ad eb, adeoque alternando EF ad ef, ut ED ad eb, erit etiam EF minor, quam ef, adeoque perpendiculum CI ejus dimidium minus erit perpendiculo Ci, & multo minus radio CM. Jacebit igitur punctum I intra circulum interiorem, & chorda BF ipſi alicubi occurret in H.

32. Hinc autem ſi nucleus ille MHh ſit opacus, patet nullum radium poſſe tranſire per orbem ipſum utcunque diaphanum, cum omnes debeant in ejuſmodi nucleum impingere alicubi in H vel h. Quamobrem ſi circa globum opacum ſit orbis ſphæricus, pellucidus, homogeneus, ſatis craſſus, oculus omnino non poterit per ipſum tranſpicere objecta ultra ipſum ſita, ſed ea occultabuntur poſt ipſum eodem modo, quo occultarentur, ſi orbis ipſe eſſet prorſus opacus. Ea autem craſſitudo orbis illius facile definitur. Si nimirum ſit orbis vitreus in aere, debebit craſſitudo BM eſſe minor triente ſemidiametri CB, ſi vero ſit orbis aqueus, debebit eſſe minor ejus quadrante, cum ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti ſit in vitro, ut diximus, ut 3 ad 2, in aqua ut 4 ad 3. Quamobrem ſi globum terræ circumflueret immenſum mare, quod ad mille paſſus aſſurgeret ſupra nucleum, adhuc per ipſum nihil tranſpici poſſet, cum terræ ſemidiametrum

excedat Romana milliaria quater mille. At cum lunæ ſemidiameter ſit quarta circiter pars ſemidiametri terreſtris, ſi ipſum ambiat fluidum aquæ noſtræ ſimile, & ita diaphanum, ut in progreſſu per ipſum nullus radius deperiret, altum vero per plura quam 250 milliaria, adhuc per tantam altitudinem nihil tranſpici poſſet. In fluido autem minorem vim refractivam habente, altitudo deberet eſſe minor, & data altitudine BM, ſive craſſitudine orbis, determinari facile poſſet ratio ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti, quæ ſufficiat ad hoc, ut tranſpectus haberi non poſſit.

33. Si e quodam puncto A exeant radii cum omnibus directionibus, quorum bini circulum exteriorem contingant in b, & n, alius autem incidat in quoddam punctum B, arcus nb obverſi ipſi A; illis quidem inflexis ad nuclei puncta q, h, hic inflectetur ad ejus punctum aliquod H poſitum in arcu hMq obverſo ipſi puncto A. Cum enim angulus incidentiæ EBD ſit minor angulo ebo, etiam angulus refractus MBH erit minor angulo mbh, ac ob BM, bm æquales, & angulum mixtilineum BMH æqualem bmh, erit MH minor mh, & addito huic poſteriori Mm, erit MH multo minor quam Mh.

34. Si Cn occurrat circulo interiori in r, arcus mr erit ſimilis bn, qui ob angulos CbA, CnA rectos erit complementum ad ſemicirculum arcus metientis angulum nAb, ſive diametrum apparentem, arcus autem hmq erit ipſo major binis arcubus mh, rq æqualibus, qui data altitudine mb, & ratione ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti facile definitur. Factis enim ut prior ad ſecundum, ita radius ad ſinum anguli mbh, hic innoteſcet: tum ſi altitudo mb ſit exigua ita, ut mh haberi poſſit pro recta linea, erit bm ad mh, ut radius ad tangentem anguli inventi mbh. Si ea altitudo ſit major, fiat in triangulo Chb, ut Ch, ſive Cm radius minoris circuli ad Cb radium majoris, ita ſi-

nus anguli Cbh inventus ad ſinum Chb, ſive Chi, a quo ſi auferatur Cbh prius inventus, relinquetur bCh, qui arcum mh exhibebit. Quod ſi punctum A ſit ita remotum, ut radii Ab, An pro parallelis haberi poſſint, quod quidem contingit radiis e centro ſolis provenientibus; bn, & mr erunt ſemicirculi, ac arcus $hmrq$ illuſtratus a radiis centralibus ſemicirculum excedet per arcus mh, qr: radii autem a reliquo diſco ſolis egreſſi hinc, & inde adhuc arcum ipſum augebunt per dimidium circiter gradum, nimirum per amplitudinem æqualem diametro apparenti ſolis.

35. Si jam rHm ſit globus quidam opacus, & lucidus orbe diaphano circumdatus, radii ex h digreſſi prodibunt per bA, radii digreſſi ex H prodibunt per BA, cum lux eandem relegat viam, per quam advenit, ſi retro curſum reflectat. Quare punctum h apparebit in b, punctum q in n, punctum H in B, nec ullum erit punctum B arcus bn, in quo non appareat aliquod punctum H globi incluſi, nec ullum contra punctum H globi incluſi, quod non appareat alicubi in B in arcu bn, eo remotius a b, quo fuerit remotius ab h. Oculus igitur in A conſtitutus non videbit tantummodo arcum mr ſimilem BN complemento ad ſemicirculum diametri apparentis nAb, ſed arcum hMq majorem illo per binos arcus mh, rq.

36. Quod ſi ſuperficies hMq ſit utcunque ſcabra, & umbris interrupta, illæ omnes umbræ apparebunt tanquam depictæ in ſuperficie illa bn, uſque ad extremos margines b, & n, iis, quæ habentur in hH, apparentibus in bB; at limbus in ipſo margine b, & n, ſive in circulo finiente diſcum apparentem, leviſſimus apparebit oculo, & utcunque in Hb habeantur montes altiſſimi, qui tamen ejus fluidi altitudinem non excedant, ſi ii verticali lumine illuſtrentur ita, ut umbras non projiciant, per totam ſuperficiem Bb apparebit nucleus, ſine ulla interruptione, & ſine ullis verticum

cum

cum extantium cuſpidibus, ac ſcabritie, quæ quidem deberent omnino apparere, ſi ſine ejuſmodi orbe diaphano cingente globum ſcabrum, ipſe ejuſmodi globus montibus aſſurgentibus inæqualis directo lumine ſpectaretur. Et pariter, ſi arcus bMq ſpoliaretur lumine, & productis Ab, An in o, p, ſpectaretur in ſole ad partes oppoſitas ſito, limbus orbis nigri viſi intra ejuſmodi diſcum lucidum, eſſet pariter æqualis, nulla exſtante cuſpide, ſcabritie nulla. Solum ſi arcus hMq ita illuminetur, ut partes extremæ ad b, vel q projiciant umbras, & in extremam partem arcus Hh verſus h incidant umbræ ejuſmodi, pars diſci apparentis Bb verſus b erit nigra, & ſi reliquum ſpatium extra globum ſit obſcurum, ut in luna a ſole illuſtrata obſcurum eſt per noctem, apparebit in ipſo limbo hiatus quidam, ac inter plures ejusmodi hiatus apparebunt & lucidæ cuſpides, ſed hiatus illi ejuſmodi erunt, ut nihil per ipſos tranſpici poſſit; quod jaceat ultra globum, ac ſtella aliqua jam occultata e regione illius hiatus, non poterit iterum apparere trans hiatum ipſum, cum nullus radius per ſpatium op tranſiens ad oculum in A ſitum devenire poſſit juxta num. 32.

37. Ut ejus rei exemplum aliquod haberemus præ oculis, vitream ampullam craſſiorem aſſumpſimus, quæ forte zaccharo aſperiore erat plena, cujus ope id phænomenum oculo repræſentari debere arbitramur ita, ut nulla appareret vitri craſſitudo, ſed zacchari imago ad extremum uſque marginem ſuperficiei exterioris protenderetur, circa quem tamen aſperitates ipſæ zacchari, ac intervalla illa inter granula apparerent. At res longe aliter ſe habuit. Vitri craſſitudo apparuit tota, & contra id, quod omnino videbatur debere contingere, zaccharum ipſum interiori tantummodo ſuperficie contentum apparebat. Cum rem diligentius perpenderemus, illud in mentem venit, refractionem, quæ habetur in interiore ſuperficie, officere experimento, cum ob

zacchari ſcabritiem non niſi puncta quædam granulorum ſuperficiem interiorem contingerent, reliquis partibus a vitro ſatis remotis, ut radii etiam in interiore illa ſuperficie refractionem paterentur. Ac eo pacto ſe rem habere manifeſto apparuit, cum eamdem ampullam emiſſo zaccharo implevimus liquore colorato, quod ipſi interiori ſuperficiei ſe aptaret. Statim enim omnis craſſitudo illa vitri diſparuit; liquoris color uſque ad extremam ſuperficiem protendebatur, tanquam ſi indiviſibili prorſus ſuperficie contineretur. Immo effuſo liquore, & iterum immiſſo zaccharo, cujus partes aliquæ madefacto vaſi adhæſerant ſolutæ, & per ampliorem tractum adhæſerant, eæ apparebant nobis ad ſuperficiem exteriorem elevatæ, nulla ibi vitri craſſitudine ſe prodente; in reliquis vero ampullæ locis humore vacuis zacchari imago continebatur intra ſuperficiem interiorem, craſſitudine vitri incurrente in oculos. Contuſo autem zaccharo, & in minutiſſimum redacto pulverem, iterum pariter vitri craſſitudo diſparuit; ac cuique rem experiri admodum erit facile, ſi vitream ampullam craſſiorem nicoſiano pulvere impleat primum quidem in grana ampliora compacto, quo caſu videbit ampullæ craſſitudinem, tum Hiſpano tenuiſſimo, quo caſu omnis vitri craſſitudo evaneſcet ex oculis.

38. Ut autem, quo pacto ejuſmodi ſe res habeat, geometrice etiam definiamus, facile in dioptrica demonſtratur, quemvis radium, qui in laminam craſſiorem diaphanam cujuſcunque ſubſtantiæ terminatam binis ſuperficiebus parallelis ita incidat, ut per primam ſuperficiem tranſmittatur, delatum ad ſecundam non debere reflecti in totum, ſed ejus partem, quæ nimirum erit in vicibus facilioris tranſmiſſus, debere prodire per rectam parallelam illi, per quam ingreſſus eſt. Hinc videretur debere idem contingere etiam in caſu ampullæ, cujus binæ ſuperficies parallelæ ſunt. At earum curvatura circa tangentes rem omnem plurimum perturbat.

Nam ubi radius refractus ex *B* (*in Fig.* 5.) per *B H* advenerit ad *H*, angulus quidem incidentiæ erit *C H F*, & ejus ſinus ad ſinum anguli refracti debebit eſſe, ut erat in ingreſſu ſinus anguli refracti ad ſinum anguli incidentiæ, videlicet ut eſt *C I* perpendicularis *B F* ad *C V* perpendicularem *B D*, qui nimirum ſunt ſinus angulorum *C B I*, *C B V* ad radium *C B*. Quare cum *C I* jam ſit ſinus anguli *C H I* ad radium *C H*, deberet *C V* eſſe ſinus anguli refracti ad eundem radium *C H*. Id autem fieri non poteſt, ubi *C V* eſt major, quam *C H*, cum nullus ſinus radio major eſſe poſſit. Quare nullus radius delatus directione *A B*, quæ producta evitet ſuperficiem interiorem, poterit tranſmitti per ipſam, & in vacuæ ampullæ ſpatium irrumpere, irrumpent autem omnes, in quibus *C V* erit minor quam *C H*. Et hoc ipſo pacto in dioptrica definitur limes inter radios, qui reflectuntur in totum, & radios, qui tranſmitti poſſunt per ſuperficiem, quæ dirimat medium magis refringens, ex quo radius advenit, a minus refringente, quod ultra ipſam jacet; cum nimirum is limes ſit, ubi ſinus anguli incidentiæ ad radium habeat rationem eandem, quam debet habere ſinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti, cum ſi ille primus ſit major ejuſmodi menſura, hic poſtremus radio major, adeoque impoſſibilis obveniat, contra ſi minor.

39. Quamobrem ſi (*in Fig.* 6.) rectæ *A b o*, *A V* contingant binas ſuperficies in *b* & *V*, radius quidem *A B* refractus per *B H* dirimet illos, qui reflectuntur in totum in interiore ſuperficie, ab illis, qui tranſmitti poterunt ita, ut quicunque tangenti *A b* propior advenerit, poſt appulſum ad *H* debeat retro reflecti totus per *H T*, tum in exteriore ſuperficie refringi iterum per rectam *T N* æque inclinatus in *T*, ac advenerat ad *B*. Radii autem *A P* remotiores a tangente *A b* refracti per *P Q*, ingredientur ſpatium interiore ſuperficie concluſum, & percurrent chordam *Q R*

eo minorem, quo fuerint propiores rectæ illi *A B V* tangenti superficiem interiorem.

40. Quare si e contrario in illa chorda alicubi in *S* fuerit punctum radians remotum a superficie interiore magis, quam pro illa distantia, ad quam extenduntur vires refractivæ, quæ est perquam exigua, radii omnes ex illo egressi refringentur in superficie interiore, & ille solus, qui ad *Q* deferetur, refractus primo per *Q P*, tum per *P A* deveniet ad oculum in *A* per rectam remotiorem ab *A b*, quam sit *A V*; & ut nullus radius ex *A* egressus per rectam sitam citra *A B V* subire potest spatium interiore superficie inclusum, ita nullum punctum *S* eo spatio inclusum, & ita ab eadem superficie remotum, ut in ea refringi debeat, videri poterit per rectam citeriorem *A B V* respectu *A b*. Ac si punctum *S* in ea distantia ab ipsa superficie, quæ satis sit ad habendum integrum refractionis effectum, gyret sub ipsa superficie circa centrum versus *H*, apparebit oculo in *A* constituto alicubi in *P* perpetuo accedens ad *B*, donec deveniat prope ipsum *H*, tum ob chordam *Q R* eo casu perquam exiguam, statim ad sensum incipiet regredi a *B* ad eamdem partem, ex qua advenerat ita, ut existens in *ſ* prope *R* in eadem chorda debeat videri in eodem puncto *Q*. At si ipsi interiori superficiei contiguum ita gyret, seclusa illa prima refractione perget apparere per totum arcum *B b*, ut demonstravimus num. 35.

41. Hinc autem illud facile colligitur: si intra superficiem interiorem crassiora granula contineantur, quæ nonnisi in paucis punctis satis accedere poterunt ad ipsam interiorem superficiem, ut in zaccharo illo contingit, nullum granulum apparebit in superficie exteriore citra *B*, & crassitudo vitri *V B* videbitur in angulo *b A V*, in quo sine ulla refractione videretur. Item videri poterunt in *B b* objecta sita ultra rectam *T N*, si satis luminis habuerint, ut per duplicem refractionem, & unam reflexionem videri possint. Contra si liquore, vel tenuissimo pulvere ampulla sit plena, crassitudo vitri potius evanescet, & materia inclusa ad externam superficiem elevabitur.

42. Et hæc quidem diligentius evolvimus, tum quod ipsum phænomenum primo aspectu mirum id mereri videbatur, tum ne quis, quæ de fluido lunam ambiente proponenda nobis erant, experimento non succedente rejiceret. Ceterum si quis experimentum instituere velit ejusmodi, in quo nuclei utcunque scabri, & soli expositi inæqualitates omnes, & umbras in superficie quadam externa ita veluti depictas videat usque ad extremum marginem, ut tamen margo ipse politissimus, ac levissimus sit; is debet ampullam vitream in externa superficie levem, in interna asperare inductis sulcis, & excavatis foveolis, tum liquore colorato, vel tenuissimo implere pulvere, qui se intra ipsas illas cavitates insinuet. Videbit enim nullam oculo apparere crassitudinem vitri, inæqualitates vero, & umbræ usque ad extremum marginem in illuminationis limite se prodent, sed margo ipse politissimus apparebit, ac, ut dicimus, terminatissimus. Quo tamen experimentum ipsum succedat melius, cavendum ne externa objecta ad latus sita, & satis lucida per reflexionem exhibeantur factam circa margines, quod quidem evitabitur facile collocato ad latus nigro panno.

43. Porro si hujusmodi fluidum lunam ambiat, & oculus quidem sit (*in Fig.* 7.) in *A*, sol vero ultra ipsam, debet & annulus quidam circa lunam apparere. Si enim concipiatur primo diameter apparens solis prorsus æqualis diametro lunæ congruentibus centris, punctum quidem quodlibet solaris limbi jacebit in recta tangente *b o*, radius autem *o b* refringetur alicubi ad *H*, & radio *h b* prodeunte per tangentem *b A*, oculus in *A* consti-

tutus videbit totum ſpatium $H\,h$ illuſtratum, cujus lumen apparebit in $B\,b$. Nimirum cum & ſol refractionis beneficio illuminet etiam partem lunaris limbi a ſe averſi, & ejuſdem pariter beneficio oculus partem videat averſam a ſe, licet directis radiis ſol videri non poſſit, lunæ limbus apparere debet illuſtratus per radios ab ea reflexos, & iterum refractos. Cum vero id debeat circumquaque contingere; apparere debebit annulus quidam multo languidior ſolari lumine, ſed lucidus, & ejuſdem luminis, quod habet luna veſpere, vel mane.

44. Is autem annulus debet eſſe ad ſenſum lunæ concentricus, licet diameter ſolis ſit multo minor diametro lunæ, & alter ejus limbus cum lunæ limbo congruat. Nam differentia diametrorum apparentium ad quatuor minuta numquam poteſt pertingere. Quare limbus ſolis oppoſitus ei, qui limbum lunæ contingit, non poterit diſtare per 4 minuta a limbo lunæ, ſi videatur e terra, adeoque ne ſi e luna quidem videatur, quæ terræ eſt adeo proxima. Sit $R\,P$ radius ab ejuſmodi limbo profectus contingens fluidum in P, & occurrens tangenti $b\,o$ in S, angulus $o\,S\,R$ erit 4 minutis minor. Quare etiam arcus $P\,b$ quatuor minutis minor erit. Nam ob angulos $C\,b\,S$, $C\,P\,S$ rectos in quadrilineo $C\,b\,S\,P$ angulus $b\,C\,P$ eſt complementum anguli $b\,S\,P$ ad duos rectos, adeoque æqualis angulo $o\,S\,R$. Porro ſi angulus $o\,b\,C$ concipiatur translatus in $R\,P\,C$, via radii $b\,H\,B\,A$ abibit in viam radii $P\,T\,V\,a$ ita, ut omnes rectæ æque in eandem partem a priori poſitione detorqueantur, ac proinde recta $V\,a$ diverget a $B\,A$ ita, ut radius, qui ex T debet ad oculum A devenire, exire debeat e puncto aliquo u propiori ipſi B, quam ſit V. Quare arcus $B\,u$ erit adhuc minor 4 minutis. Si is ex A videretur ſitu perpendiculari ad rectam $A\,B$, appareret ſub an-

gulo minore 4 minutis, ſub quibus videtur ex C in ratione ſemidiametri lunæ ad diſtantiam lunæ a terra, unde inito calculo, ut ſupra num. 27. vix ad unum ſecundum pertingeret is angulus. Cum igitur $B\,u$ admodum oblique jaceat reſpectu rectæ $A\,B$, potiſſimum ſi annulus ipſe, & proinde arcus $B\,b$ ſit admodum exiguus, angulus $B\,A\,u$ exiguam continebit fractionem unius minuti ſecundi, quæ oculo percipi non poteſt, & latitudo annuli $b\,A\,u$ ubi limbus ſolis a lunæ limbo introrſum diſtat per 4 minuta, a latitudine $b\,A\,B$, ubi ipſum contingit, nihil ad ſenſum differet.

45. Idem tamen annulus debet apparere interruptus. Nam inæqualitates ſuperficiei lunaris, quæ habentur in $H\,b$, & montes debent umbris interrumpere lucidum ipſum tractum $H\,b$, quæ umbræ oculo in A conſtituto apparebunt in $B\,b$. Quod ſi aliqui radii e montibus exiſtentibus in $H\,h$ reflexi, & a cavitatibus montium ipſorum collecti ſe extendant ultra H, poterunt citra annulum prope ejus limbum videri irradiationes quædam, quin etiam cum radiorum pars ex $B\,V$ reflecti debeat ad nucleum, parte tantummodo per refractionem erumpente, quod quidem accidit, ubi radius per refringentem ſuperficiem tranſmittitur, parte ipſius reflexa, debebit ejuſmodi radiis etiam illuſtrari pars aliqua ſuperficiei lunaris citra H, qui ſi a cavitatibus aliquibus colligantur, ſenſibiles etiam poterunt evadere.

46. Tria hic haberi poſſunt problemata ſolvenda, quæ inter ſe nectant amplitudinem annuli apparentem, altitudinem fluidi, & vim refractivam fluidi, datis oculo A, centro C, & radio $C\,b$, ſive ſemidiametro totius lunaris globi apparentis. Primo quidem, ſi data amplitudine annuli, & vi refractiva quæratur altitudo fluidi, admodum facile geometrice ſolvitur. Data enim amplitudine annuli, datur angulus $b\,A\,B$, adeoque & punctum B, & producta $A\,B$ uſque ad $C\,b$ in I, angulus incidentiæ $C\,B\,I$, adeoque

data vi refractiva, datur & angulus refractus $C\,B\,H$. Datur autem & $C\,b\,H$ respondens angulo incidentiæ $C\,b\,o$ recto. Quare dantur binæ rectæ $B\,H$, $b\,H$, quarum concursus in H determinat semidiametrum nuclei $C\,H$, & ejus differentia a $C\,b$ exhibet altitudinem fluidi.

47. Calculo etiam trigonometrico idem facile inveniri poterit. Nam in triangulo $C\,A\,B$ ex datis $A\,C$, $C\,B$, & angulo $C\,A\,B$ invenitur sinus anguli $C\,B\,A$, qui obtusus assumi debet. Invenitur igitur is angulus, adeoque & tertius $A\,C\,B$, & ejus residuum $B\,C\,b$ ad $A\,C\,b$ complementum semidiametri apparentis $C\,A\,b$. Quare producta $B\,H$ usque ad $C\,b$ in M, habebuntur in triangulo $C\,M\,B$ anguli ad C, B, & ipsa $C\,B$, adeoque invenietur $C\,M$ cum angulo $C\,M\,B$. Ex iis innotescet $b\,M$, & angulus $H\,M\,b$. Quare dato etiam angulo $M\,b\,H$, habetur $b\,H$, & ex ipsa $h\,H$, & $b\,C$ habetur demum $C\,H$.

48. Verum si amplitudo annuli $b\,A\,B$ sit satis tenuis, angulus $C\,B\,I$ erit ad sensum rectus, adeoque angulus $C\,B\,H$ fere æqualis angulo $C\,b\,H$. Hinc ob $C\,B$, $C\,b$ æquales, anguli $C\,H\,B$, $C\,H\,b$ æquales erunt ad sensum, adeoque & anguli $H\,C\,B$, $H\,C\,b$ æquales. Quare invento angulo $B\,C\,b$, jam habetur $H\,C\,b$ ejus dimidium, & ex ipso, ac ex $C\,b\,H$, & $C\,b$ habetur $C\,H$. Quod si etiam ob ingentem distantiam oculi A, angulus $A\,I\,C$ habeatur pro recto, erit radius ad cosinum anguli $B\,C\,b$ ut $C\,b$ ad $C\,I$, quæ ratio data annuli amplitudine, & semidiametro apparenti totius globi datur, adeoque datur & is angulus.

49. Patet autem facile, altitudinem fluidi eo minorem fore, quo vis refractiva, & annuli amplitudo apparens minor erit. Nam amplitudine annuli imminuta decrescit arcus $B\,b$, & imminuta vi refractiva crescunt anguli $C\,B\,H$, $C\,b\,H$, ex quibus patet punctum H removeri debere a C.

50. Re-

50. Reliqua bina problemata planam Geometriam longe transcendunt. Data nimirum vi refractiva, & altitudine fluidi invenitur facile punctum H juxta num. 46. At datis punctis A & H invenire punctum B ita, ut sinus anguli $C\,B\,H$ ad sinum $C\,B\,I$ sit, in data ratione est problema, cujus solutionem qui analytice quæsierit, quod quidem facile præstari potest, sentiet, quam sit sublime. Devenietur ad æquationem ope quatuor theorematum, quæ in Trigonometria notissima sunt. 1. Binorum angulorum, qui simul duos rectos complent idem est sinus: 2. Cosinus cujusvis anguli habetur si e summa quadratorum radii, & sinus extrahitur radix: 3. Sinus summæ duorum angulorum habetur, si sinus primi ducatur in cosinum secundi, & sinus secundi in cosinum primi, ac summa productorum dividatur per radium: 4. In quovis triangulo latera sunt ut sinus angulorum oppositorum. Ponatur radius $= r$, sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti ut m ad n, recta $C\,B = a$, $C\,H = b$, $C\,A = c$, sinus anguli dati $A\,C\,H = g$, sinus anguli $C\,H\,B$ incogniti, & determinantis punctum $B = x$. Erit ut $C\,B = a$ ad $C\,H = b$, ita sinus $C\,H\,B = x$ ad sinum $C\,B\,H = \frac{bx}{a}$. Cosinus illius erit $\sqrt{rr - xx}$, hujus $\sqrt{rr - \frac{bbxx}{aa}}$. Quare sinus summæ erit $\frac{x}{r}\sqrt{rr - \frac{bbxx}{aa}} + \frac{bx}{r}\sqrt{rr - xx}$, qui erit sinus tertii anguli $B\,C\,H$ complementi illorum ad duos rectos, ac dicatur z. Rursus erit ut n ad m, ita sinus $C\,B\,H = \frac{bx}{a}$ ad sinum $C\,B\,I$, vel $C\,B\,A = \frac{mbx}{na}$, ac ut $C\,A = c$ ad $C\,B = a$, ita sinus $C\,A\,B = \frac{mbx}{na}$ ad sinum $C\,A\,B = \frac{mbx}{nc}$. Quare eodem pacto sinus summæ angulorum $C\,B\,A$,

$C\,A\,B$, sive sinus anguli $A\,C\,B$ erit $\dfrac{u\sqrt{rr-zz}+z\sqrt{rr-uu}}{r}$, qui si ponatur $=g$, habetur æquatio deducta via admodum simplici, quæ data omnia satis expedite cum quæsitis connectit, quam tamen qui a tot radicalibus liberare tentaverit, sentiet, quo assurgat.

51. At in casu nostro, in quo altitudo fluidi est exigua, & oculi distantia summa, multo facilior est solutio, quam exhibebimus n. 62. Inter ea, quod ad rem præsentem pertinet, si angulus $C\,B\,H$ sumatur quam proxime æqualis angulo $C\,b\,H$, angulus $H\,C\,B$ erit proxime æqualis angulo $H\,C\,b$ dato datis $C\,H$, $C\,b$, & angulo $C\,b\,H$. Quare habebitur angulus $B\,C\,b$, & ejus cosinus $C\,I$ ad radium $C\,b$, adeoque & $I\,b$ amplitudo annuli apparens, qua inventa potest etiam corrigi positio illa anguli $C\,B\,H$ æqualis $C\,b\,H$. Cum enim sit sinus anguli $C\,B\,H$ ad sinum $C\,B\,I$, ut sinus $C\,b\,H$ ad sinum anguli recti $C\,b\,o$, sive ad radium, erit alternando sinus $C\,B\,H$ ad sinum $C\,b\,H$, ut sinus $C\,B\,I$ ad radium, sive proxime $C\,I$ ad $C\,b$. Invento hoc pacto angulo $B\,C\,H$, & restituto calculo, habetur amplitudo annuli multo correctior.

52. Si demum detur altitudo fluidi, adeoque $C\,H$, & amplitudo annuli, sive angulus $B\,A\,b$, determinatio vis refractivæ est pariter admodum elevata, ad quam datis punctis B, b, & interiori peripheria, inveniendum in ea est punctum H ejusmodi, ut sinus anguli $C\,B\,H$ ad sinum anguli $C\,B\,I$ sit, ut sinus $C\,b\,H$ ad radium. Sed ob sensibilem æqualitatem angulorum $B\,C\,H$, $b\,C\,H$ satis est secare bifariam angulum $B\,C\,b$ datum per rectam $C\,H$, & habebitur quæsitum punctum H, & angulus refractus $C\,b\,H$, respondens angulo incidentiæ recto, adeoque vis refractiva.

53. Quoniam juxta num. 34. radii etiam ex unico solis puncto profecti plusquam dimidium lunarem globum illustrarent trans ejusmodi fluidum ob refractionem, considerabimus hic, quam formam habere debeat limes dirimens partem superficiei illustratam a parte obscura, sub qua forma is debeat apparere oculo potissimum in lunæ dichotomiis, & quam relationem debeat habere amplitudo annuli respectu excessus arcus illustrati supra semicirculum.

54. Referat (*in Fig.* 8.) circulus $D\,E\,d\,e$ congruens cum plano chartæ sectionem superficiei exterioris factam plano quovis transeunte per centrum C, & centrum solis, ad quod dirigatur diameter $E\,e$, circulus autem $P\,F\,p\,f$ sectionem nuclei eodem plano factam, quos circulos secet in E, F, f, e recta $C\,S$ tendens ad centrum solis, ac ipsi $E\,e$ perpendicularis recta itidem per centrum, & in eodem plano ducta occurrat iisdem in D, P, p, d. Radii vero a limbo solis in eodem plano sito tangentes exteriorem circulum sint $A\,B$, $a\,b$, qui refracti in B, b abeant ad interiorem per $B\,H$, $b\,h$, jungaturque H, h per rectam occurrentem $E\,e$ in T. Satis patet, circulum diametro $H\,h$ descriptum perpendicularem rectæ $E\,e$, adeoque plano chartæ, nimirum sectionem superficiei interioris factam per T plano perpendiculari rectæ $C\,S$ fore limitem inter partem illustratam, & obscuram. Si enim tota Fig. $T\,H\,B\,A$ convertatur circa axem $T\,S$, radius $B\,A$ semper radet limbum solis, tanget circulum exteriorem in B, refringetur per $B\,H$, & H determinabit limitem illum, ac describet circulum enunciatum.

55. Diameter $H\,h$ ejus circuli, data vi refractiva, altitudine fluidi, & diametro solis apparente, facile definitur. Est enim chorda arcus $H\,F\,h$, qui a semicirculo differt per binos arcus $P\,H$, $p\,h$, sive per duplum $P\,H$; & si radius $B\,C$ occurrat cir-

culo interiori in Z, arcus PH componitur ex binis, nimirum ex HZ, qui æquatur illi mb (*Fig.* 5.) dati (num. 34.) data altitudine fluidi, & vi refractiva, ac ex ZP, qui æquatur semidiametro apparenti solis, sive divergentiæ rectarum BA, CS, quæ nimirum si parallelæ essent, contactus B haberetur in D.

56. Is circulus oculo constituto in ipso ejus plano, & seclusa fluidi refractione, deberet apparere rectilineus, oculo constituto in ejus axe, circularis, oculo constituto in quavis alia positione, ellipticus, ut constat ex Opticæ, & perspectivæ principiis. Fluidi refractio Figuram ellipticam turbabit nonnihil. Punctum superficiei exterioris, cui respondet punctum datum quodvis circuli in interiori superficie constituti, determinari potest ope problematis, quod num. 50. exposuimus. Quod problema cum altissimum sit, satis patet, quam sublimis esse debeat curva in superficie exteriore prodiens, & ejus projectio optica in disco lunæ apparenti. Verum si altitudo fluidi exigua sit, satis patet projectionem ejus circuli in disco lunæ parum turbari posse a fluidi refractione: nam punctum, in quo quivis radius egredietur e superficie exteriore, parum distabit a puncto superficiei interioris, ex quo profectus est, nimirum per illud intervallum, quo ipse radius per fluidum progreditur. Quare recta tendens ad locum puncti cujuslibet visum, parum distabit a recta tendente ad locum verum. Illa vero exigua deviatio facile quam proxime definitur ope facilioris solutionis ejusdem problematis, quam dedimus num. 51. Sed hic investigabimus alia via aberrationem loci visi a vero in extremis punctis arcus visi ejus circuli, ac in medio tempore dichotomiæ apparentis.

57. Punctum Q superficiei interioris existens in limite illuminationis a sole factæ per radium QR appareat in superficie exteriori in ipso limbo in R oculo constituto in N in recta CPD pro-

ducta. Radius circuli CR occurrat superficiei interiori in V, ac planis ECR, DCR secetur utraque superficies sectionibus definientibus semicirculos ERe, FVf, DRd, PVp, & præterea sit FQ arcus circuli maximi.

58. Si punctum N concipiatur in immensa quadam distantia ita, ut semidiameter lunæ respectu ipsius distantiæ habeatur pro nulla, discus lunæ exhibebit integrum hemisphærium, & arcus DR erit quadrans, adeoque quadrans & PV, cumque & PF sit quadrans, erit P polus circuli maximi FV, & angulus FVQ rectus. Cum igitur FQ sit paulo minor semicirculo, ob illuminationem a sole factam excedentem hemisphærium, & angulus QFV exiguus non possit non esse acutus, basis FQ superabit latus FV. Est enim ex Trigonometria sphærica radius ad cosinum anguli, ut tangens basis ad tangentem lateris adjacentis. Quare arcus ER, qui est similis arcui FV, deficiet a quadrante magis quam FQ.

59. Contrarium accidet in puncto H sito in medio limitis visi inter partem illuminatam, & obscuram. Ductis per H radio CHM, & recta NLH, quæ occurrant superficiei exteriori in M, L, radius iturus ex H ad N debebit prodire alicubi in I inter M, & L, cum is, qui exit in M, recta pergat, is vero, qui prodit ex L, detorqueatur introrsum versus DN ad superficiem. Erit igitur arcus EI major, quam PM, qui similis est arcui FH, & is æqualis FQ, cum puncta H, Q sint in limite illuminationis, cujus polus in axe ipsius limitis in F. Erit igitur arcus EI major quam ER, punctum autem I apparebit oculo N in disco lunæ in G per rectam IG in eo casu parallelam DC, adeoque perpendicularem Ee.

60. Quare si (*in Fig.* 9.) semicirculus ERe sit idem ac (*in Fig.* 8.), & compleatur circulus in Ere, qui referet discum apparentem lunæ, ductaque chorda RVr perpendiculari Ee,

ſumatur arcus $E\,I$ æqualis arcui $E\,I$ (*Fig.* 8.) qui erit major quam $E\,R$, vel $E\,r$, ducaturque $I\,G$ perpendicularis ad $E\,e$, cadet punctum G verſus partem illuminatam e reſpectu V, & illuminatio viſa in margine diſci protendetur uſque ad $R\,r$, in medio uſque ad G, exiſtente limite $R\,G\,r$ adhuc cavo. Eo pacto prima dichotomia videretur ſerius, quam oculo appellente (*in Fig.* 8.) ad rectam $C\,D$ perpendicularem $C\,S$.

61. At id diſcrimen eſſet ita exiguum, ut ſub ſenſum omnino non caderet. Cum enim (*in Fig.* 8.) $F\,Q$ deficiat a quadrante per exiguum arcum, & angulus $V\,F\,Q$ ſit itidem exiguus, differentia arcuum $F\,Q$, $F\,V$ prodit prorſus inſenſibilis. Si nimirum ponatur $F\,Q$ deficiens a quadrante per 5 gradus, & angulus $V\,F\,Q$ graduum 5, adhuc inito calculo exceſſus $F\,Q$ ſupra $F\,V$ vix ſuperabit unum minutum: unum autem minutum ſuperficiei lunaris e terra viſum non ſubtendit angulum $\frac{1}{3}$ minuti ſecundi. Rurſus ob arcum $M\,L$ proxime rectilineum, & perpendicularem $H\,M$, ſimilia erunt triangula rectangula $H\,M\,L$, $H\,T\,C$ ob angulos ad H ad verticem oppoſitos æquales: ac proinde erit $H\,M$ ad $M\,L$ ut $T\,H$ ad $C\,T$. Quare etiam ſi $C\,T$, & $H\,M$ ejuſmodi magnitudinis ſint, ut directe e terra viſæ unum minutum ſubtendant, adhuc tamen cum $T\,H$ debeat remanere 15 minutorum, $M\,L$ ſubtendet $\frac{1}{15}$ unius minuti, ſive 4 ſecunda, quorum partem tantummodo occupabit $M\,I$, quæ facile determinatur data vi refractiva. Erit enim ſinus anguli incidentiæ $G\,I\,C$, ſive proxime $M\,H\,L$, ob $C\,I$, $I\,G$ proxime parallelas $H\,M$, $H\,L$, ad ſinum anguli refracti $H\,I\,G$, ſive proxime alterni $M\,H\,I$ in ratione data, & cum anguli ipſi exigui ſint, erunt & anguli, & lineolæ $M\,L$, $M\,I$ in eadem ratione. Capta nimirum $M\,I$ ad $M\,L$ in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum incidentiæ, habebitur ille arcus $M\,I$, qui eſſet quam proxime idem ac $r\,I$ (*Fig.* 9.) ob diſcrimen arcuum $F\,Q$, $F\,V$ (*Fig.* 8.) admodum inſenſibile, & in aqua noſtra communi, ubi ii ſinus ſunt ad ſe invicem ut 4 ad 3, arcus ipſe $r\,I$ viſus e terra, ſive ſpatiolum curvaturæ $V\,G$ remaneret ſecundorum 3 in facta hypotheſi adhuc perquam exiguum, & vix ſenſibile. Et hic quidem habetur alia expedita ſolutio problematis expoſiti n. 50. quo inveſtigatur punctum I, in quo debeat oculo N apparere punctum H, poſita exigua fluidi altitudine, & magna oculi diſtantia, ac data vi refractiva. Ductis $C\,H\,M$, $N\,L\,H$ ſatis erit ſumere $M\,I$ ad $M\,L$, ut eſt tangens anguli $M\,H\,I$ ad tangentem $M\,H\,L$, quorum primi ſinus ad ſinum ſecundi, qui datur, eſt, ut ſinus anguli refracti ad ſinum incidentiæ. Demonſtratio enim in ſuperiori numero facta eſt generalis pro quavis diſtantia H a P.

62. Facta hypotheſi diſtantiæ oculi ejuſmodi, ut pro infinita haberi poſſit, vidimus tempore, quo oculus eſt in recta $C\,D$ (*Fig.* 8.), haberi adhuc cavitatem verſus partem illuminatam, adeoque eo tempore nondum haberi dichotomiam. At ſi conſideretur poſitio oculi ejuſdem, uti revera eſt, in magna quidem, ſed non immenſa diſtantia; poterit is effectus prorſus evaneſcere, immo & oppoſitus oriri, ut nimirum dichotomia anticipetur. Nam eo caſu arcus $P\,V$ deficiet a quadrante per ſemidiametrum apparentem lunæ, ſive per 16′ circiter, cum oculus debeat videre e ſuperficie tantundem minus hemiſphærio, quantum menſurat apparentem diametrum juxta num. 34. Si igitur arcus $V\,Q$ fuerit 32′, adeoque arcu $P\,Q$ excedente quadrantem per 16′, arcus $P\,V$, $p\,Q$ æquales, facile patet, & $F\,V$, $F\,Q$ æquales fore, ac ſi arcus $V\,Q$ fuerit adhuc minor, erit $F\,Q$ etiam minor quam $F\,V$. Extremus autem limbus caderet ſupra E in o, & arcus $o\,R$ eſſet adhuc tantillo major arcu $E\,R$, arcus autem $o\,M$ minor arcu $E\,M$ per $E\,o$ minutorum 16. Sed id quidem nihil curvaturam mutaret;

nam quivis circulus descriptus polis E vel F, in discum definitum circulo transeunte per o parallelum circulo $E\ R\ e$ adhuc per rectas ipsi disco perpendiculares projiceretur in rectam lineam. At ad curvaturam immutandam conduceret projectionis obliquitas, sive inclinatio lineæ $N\ I$. Punctum enim I projiceretur in discum in g per lineam obliquam, non in G perpendiculariter.

63. Et quidem facile definitur limes altitudinis fluidi, in quo $G\ g$ æquatur $M\ L$, ut etiam data vi refractiva, limes, in quo æquatur $M\ I$. Est enim $C\ g$ ad $G\ g$, ut $N\ C$ ad $I\ G$, sive ut distantia lunæ a terra ad semidiametrum lunæ quam proxime, nimirum posita diametro apparente lunæ $32'$, ut radius ad sinum $16'$, sive quam proxime ut 215, ad 1, & juxta num. 61. est $C\ T$, quæ proxime æquatur $C\ g$, ad $M\ L$, ut $G\ H$ ad $H\ M$, adeoque si altitudo $M\ H$ fuerit $\frac{1}{215}$ residui radii $C\ H$ nimirum proxime milliariorum 5, æquabuntur proxime $G\ g$, $M\ L$, & in minore altitudine fluidi prima erit major, in majore minor. Ea autem altitudo pro æqualitate $G\ g$, $M\ I$ erit augenda in ratione $M\ I$ ad $M\ L$, sive sinus anguli refracti ad sinum anguli incidentiæ.

64. Posset quidem generaliter determinari data altitudine fluidi & vi refractiva, quantitas curvaturæ, & definiri limes, in quo curvatura ipsa evanescat, sed ex iis, quæ dicta sunt, admodum evidenter patet, omnes eas quantitates ita exiguas esse, & ex parte etiam se mutuo corrigere ita, ut perquam exiguus effectus inde oriri possit in dichotomiæ determinatione. Pro reliquis lunæ phasibus effectus fere eodem modo definitur. Satis est enim considerare rectam $C\ S$ inclinatam ad $C\ N$ in quovis angulo, quo casu punctum B habebit majores distantias a D, & $F\ H$ distabit magis a quadrante, erit autem semper $F\ Q$ proxime æqualis quadranti, & angulus $F\ V\ Q$ rectus, ac $I\ M$ ad $M\ L$ auctis angulis $M\ H\ L$, $M\ H\ I$ non erunt ut ipsi anguli, sed ut eorum angulorum

rum tangentes ob angulum $M\ H\ L$ rectum. Ipsa vero $M\ L$ crescet in eadem ratione ac $C\ T$; sed ejusmodi determinationes nobis nulli futuræ sunt usui. Ea quæ ad dichotomiam pertinent paullo fusius evolvenda fuerunt, cum & inde pro atmosphæra lunari argumenta desumpta fuerint, ut inferius patebit.

65. Illud tantum est reliquum, ut definiamus nexum, quem habet (*in Fig.* 7.) amplitudo annuli $b\ I$ cum incremento $m\ H$ arcus illuminati vi refractionis. Ubi altitudo fluidi sit exigua, facile demonstratur fore proxime $H\ m$ mediam inter $b\ I$ & quartam partem lunaris diametri. Est enim ex natura circuli $b\ I$, quæ proxime æquatur sinui verso arcus $b\ B$ ad chordam $B\ b$ proxime æqualem arcui, ut hæc ad diametrum. Porro cum angulus $H\ C\ b$ sit paulo major dimidio angulo $B\ C\ b$ (num. 48.), erit arcus $H\ m$ quam proxime dimidius arcus $B\ b$, adeoque $b\ I$ ad $H\ m$ ut $H\ m$ ad quadrantem diametri. Et hoc quidem incrementum in lunæ limbo apparebit ejusdem ad sensum magnitudinis, cum (*in Fig.* 8.) differentia arcuum $F\ Q$, $F\ V$, a qua pendet effectus refractionis fluidi, sit (num. 61.) exigua unius secundi fractio. Igitur excessus dimidii marginis illuminati in disco lunæ e terra viso ortus ex hujusmodi refractione fluidi supra quadrantem circuli, erit medius inter annulum inde ortum, & videndum in totali lunæ eclipsi, ac quadrantem diametri lunaris. Nimirum ad hoc ut ejusmodi annulus esset unius minuti, deberet ille excessus esse medius inter $1'$ & $8'$, minutorum videlicet proxime 3, & excessus unius minuti secum trahit annulum secundorum $7\frac{1}{2}$.

66. His, quæ ad orbem homogeneum ambientem lunam pertinent, absolutis, videamus jam, quid præstare debeat orbis nostræ atmosphæræ similis, eo rarior, & eo minore vi refractiva pollens, quo altior, donec demum desinat sensim in medium æthereum uniforme. In eo casu radii per ipsum orbem perpetuo

incurvantur verſus globum interiorem, & alii quidem in ipſum incidunt, alii ipſum tangunt, ac prætervolant, alii demum tranſvolant in aliqua ab eo diſtantia, & eo minus incurvantur, quo in majore diſtantia tranſeunt, donec deveniatur ad eos, qui ſupremam ſuperficiem contingunt, qui abeunt prorſus recti.

67. Referat (*in Fig.* 10.) circulus *Mm* lunam, *Ll* ſupremam atmoſphæræ ſuperficiem, quam tangant rectæ *ALB*, *Alb* in *L*, *l*. E radiis omnibus ab *A* egreſſis ii, qui extra angulum *BAb* abeunt, nullam inflexionem patiuntur, ut nec ipſi *AB*, *Ab*: *Ii*, qui continentur eo angulo, torquebuntur omnes præter unicum, qui dirigitur ad *C*. Sit unus ex iis *AH*. Is in ipſo appulſu ad ſupremam ſuperficiem incipiet inflecti, & perpetuo inflectetur accedendo ad perpendiculum; ſed cum initio nihil differat atmoſphæra a medio æthereo, tum incipiat denſari, & vires refractivas majores exerere per gradus continuos, curva quædam continua deſcribetur *HMO*, quam tanget in ingreſſu *H* recta *AH*, per quam radius defertur, & in egreſſu *O*, recta *OF*, per quam emergit, ac dimidia curva *MH* debebit eſſe prorſus æqualis, & ſimilis dimidiæ *MO*, prorſus ut num. 12. Quamobrem rectæ *AH*, *FO* concurrent alicubi in *N* in recta *CM* ſecante bifariam ipſam curvam, & *ME* tangens curvam in *M* perpendicularis ipſi *CM* in rectas *AN*, *ON* incidet ita in punctis *Q*, *R*, ut triangulum *QNR* ſit iſoſceles.

68. Jam vero ſi radius *AH* fuerit proximus ipſi *AL*, ob ſummam tenuitatem atmoſphæræ in vertice refractionem patietur prorſus inſenſibilem, licet in ipſam ſuperficiem ita incidat, ut angulus incidentiæ ſit fere rectus. Quamobrem vix quidquam detorquebitur, ac proinde parum admodum immerſus intra ſuperficiem ipſam, ex ea ſtatim emerget, & tota curva *HMO*, & angulus *DNF* binarum tangentium erunt perquam exigua. Recedente *AH* ab *AL* curvatura, & ipſa curva, & angulus *DNF* creſcent perpetuo. Licet enim in ſuperioribus ſuperficiebus refractio ob minorem obliquitatem erit minor, erit tamen aliqua: tum in inferiores devenietur ad obliquitates eaſdem, quas priores radii habebant in ſuperioribus, & mutatio perpetuo ita magis creſcet, ut omnium inflexionum ſumma multo major evadat, donec deveniatur ad aliquam ſuperficiem, quam radius tantummodo continget, & poſt quam iterum aſcendet ultra *M*. Atque id accidet, donec minima diſtantia *CM* evadat æqualis nuclei, ſeu lunæ radio, ut figura exhibet, in qua exprimit lunam circulus *Mm*. Interiores vero radii, ut *AG* ita intorquebuntur per lineas *GS*, ut in nucleum ipſum incidant in *S*.

69. Atque id quidem ita ſe habere in noſtra atmoſphæra patet vel ex eo, quod ſiderum refractiones in locis humilioribus majores ſunt, quam in ſummis montibus. Si enim e contrario ſidus aliquod *F* appareat oculo ſito in *M* per lineam horizontalem *ME* in *E*, radio delato per rectam *FO*, & curvam *OM*, angulus *FME* erit horizontalis refractio ſideris ipſius, quod apparebit altius per *FE*. Is angulus erit ad ſenſum æqualis externo *ERF*, cum ob latus *RF* in immenſum majus latere *RM* angulus *RFM* ſit in immenſum minor ipſo *RMF*. Cumque *FRE* æquetur *NRM* ad verticem oppoſito, & ipſius *NRM* duplus ſit externus *DNR* trianguli *NRQ* iſoſcelis, erit ipſe angulus *EMF* dimidius anguli *DNF*, quem continent binæ tangentes illius curvæ, & qui eſt ſumma omnium inclinationum radii ipſius, adeoque menſurat totam radii curvaturam. Porro dum altius aſcendimus a Telluris ſuperficie in quacunque altitudine ſimus, ſidera etiam in horizonte videmus, quod indicat radium aliquem ſideris eo deferri per lineam horizontalem, adeoque viam radii ita incurvari, ut ibi evadat perpendicularis rectæ ten-

denti ad centrum. Refractionem autem horizontalem ipſius ſideris invenimus eo minorem, quo altius aſcendimus. Igitur & in quibuſvis altitudinibus radii aliqui horizontales fiunt curva mutante acceſſum in receſſum, & angulus *D N E* binarum tangentium, ſive curvatura viæ radii major eſt in radiis ſe in atmoſphæram immergentibus magis.

70. Porro hinc jam admodum facile percipitur diſcrimen ſummum inter hunc caſum, & illum fluidi homogenei globo affuſi pro oculo conſtituto in *A* extra globum, & ultra ejus atmoſphæram. Nimirum ſi centro *A*, radio ultra globum excurrente *A B* ſit arcus circuli *I B b i* occurrens rectis *A L*, *A N*, *N O*, *A l*, *A n*, *n o*, in *D*, *E*, *F*, *d*, *e*, *f*, quem objectum quoddam percurrat motu æquabili; donec id fuerit in arcu *I B*, apparebit ubi eſt, & motus ipſius apparebit etiam æquabilis, ut eſt revera. Eo exiſtente in arcu *B F*, apparebit propius puncto *B*, quam revera eſt ita, ut dum exiſtit in *F* apparere debeat in *D*, adeoque & motus apparens retardabitur, qui apparebit factus per *B D*, cum revera fiat per *B F*. Per arcum *F f* videri deſinet, per *f b* iterum apparebit propius puncto *b*, quam deberet, ac motus e contrario accelerabitur, donec demum per reliquum arcum *b i* radio iterum illæſo, & locum ſuum, & celeritatem recuperaret. Quod ſi atmoſphæra fluido conſtaret homogeneo, in ipſo appulſu ad *B* evaneſceret, nec videri inciperet, niſi ubi ad *b* delatum eſſet juxta num. 36.

71. Et id quidem contingeret exiſtente arcu in plano tranſeunte per oculum *A*, & globi centrum *C*. Ceterum ſi tota figura *B A C* circa axem *A C* gyret, inter ſuperficiem conicam *B L l b*, ſphæricam *L O o l*, & conicam *F O o f* ubique objectum apparebit propius centro *C*, quam revera eſt, & intra ſuperficiem *F O o f* ſitum deliteſcet. Acceſſus autem apparens ad centrum fiet ſemper in plano tranſeunte per oculum *A*, centrum *C*, & locum verum, ac viſum. Quare reſpectu diſci apparentis locus verus, viſus, & centrum jacebunt in directum. Ipſe vero globus *M m* apparebit aliquanto major, tanquam nimirum ſi uſque ad rectam *A H N* deveniret, eamque contingeret.

72. Concipiatur recta *A F*, & ipſi perpendicularis *C P*, ac radio *C P* ſit globus quidam. Quo tempore objectum radio directo apparere deberet in circumferentia diſci apparentis globi *P p*, eodem apparebit in circumferentia diſci apparentis globi *M m*, & viceverſa cum apparebit in hujus circumferentia, erit in circumferentia illius, ac locus verus jacebit inter centrum, & locum apparentem in directum.

73. Fient igitur occultationes, & emerſiones ejuſmodi objecti eodem prorſus pacto, quo fierent, ſi nulla adeſſet atmoſphæra, & globus haberetur opacus radio *C P* pro globo majore habente radium *C M*, ſed eædem apparebunt factæ in globo illo majore.

74. Si objectum, quod occultatur, vel emergit, fuerit ſtella aliqua fixa, vel planeta, angulus *N A P*, ſive differentia ſemidiametri, globi apparentis a globo determinante occultationem, & emerſionem æquabitur duplæ refractioni horizontali habitæ in ſuperficie globi atmoſphæram ſuſtinentis. Erit enim in ſtellis Fixis latus *N F* in immenſum majus, & in planetis majus plurimis vicibus, quam *N A*. Quare cum anguli exigui ſint proxime ut ſinus ſui, & ſinus ut latera oppoſita, erit angulus *N F A* in fixis in immenſum minor, in planetis ita minor exiguo angulo *N A F*, ut haberi poſſit pro nullo. Hinc angulus *N A F* erit ad ſenſum æqualis angulo *D N F*, ſive duplo angulo *N R Q*, vel *E R F*, vel demum duplæ horizontali refractioni *E M F*.

75. Exprimat (*in Fig.* 11.) circulus *B b* diſcum apparentem atmoſphæræ, *D d* diſcum apparentem globi lunaris atmoſphæram ſuſtinentis, *E e* diſcum apparentem globi illius interioris determinantis occultationes, & concipiatur aſtrum quoddam percurrere poſt ipſam lunam motu æquabili rectam quandam, primo quidem *A a* tranſeuntem per centrum, tum *F f* incidentem in diſcum intimum in *I*, *i*, ac demum rectam *L l* evitantem ipſum intimum diſcum. In primo caſu accidet illud idem, quod num. 70. determinavimus. Nimirum motus uſque ad *B* fiet æquabilis: tum tempore, quo percurritur *B E*, apparebit motus per *B D*, adeoque tardior: momento, quo appellet ad *E*, occultabitur in *D*: momento, quo deveniet ad *e*, emerget in *d*: per *e b* apparebit pariter delatum motu magis lento, & conficiet ſolum ſpatiolum *d b*: tum per *b a* feretur motu iterum æquabili. In ſecundo caſu uſque ad circumferentiam extimam per *F G* apparebit delatum motu itidem & æquabili, & rectilineo: tum deflectetur per *G H* ad curvam quandam, ac evaneſcet in puncto *H*, quod determinabitur a recta *C I* producta, uſque ad peripheriam mediam, ac occultabitur in *H*: ubi devenerit ad *I*, emerget in *h*, ubi devenerit ad *i*, & per curvam *h g* priori ſimilem abibit per *g f*. In tertio demum caſu deveniet per *L M* motu rectilineo, & æquabili uſque ad extimam peripheriam: tum circa mediam illam inflectetur ita per curvam *M N m*, ut licet recta *L l* debeat in ipſam peripheriam impingere; ea evitata, nuſquam occultetur.

76. Et hoc quidem accidet, ſi ut exhibent figuræ, angulus ille *N A P* (*Fig.* 10.), qui determinat imminutionem ſemidiametri globi determinantis occultationem aſtri, ſit minor ſemidiametro apparente *C A N*, ac (*in Fig.* 11.) ejuſmodi imminutio ſit *D E* minor quam *D C*. Sed ſi ea eſſet æqualis ipſi radio, evaneſcente toto circulo *E I i e*, aſtrum in primo caſu delatum per *A a* in

percurrendo ſpatio *B D* inſumeret totum tempus, quo revera percurreret totam ſemidiametrum *B C*, & momento eodem, quo deveniret ad centrum, appareret inſtar annuli per totam circumferentiam circuli *D H d*, per quam quodammodo a *D* translatum ad *d* momento temporis, deſineret apparere in *D*, & pergeret per *d b*, in quo ſpatio percurrendo tantundem temporis impenderet. Caſus autem ſecundus haberetur nullus, & per quamcunque rectam *L l* abiret aſtrum, curvaretur per *M N m* ſine occultatione.

77. At ſi dupla horizontalis refractio adhuc major extiterit ſemidiametro globi apparentis, multo magis mira Phænomena accident. Sit (*in Fig.* 12.) ejuſmodi dupla refractio horizontalis *B E*, jacente *E* ultra *C*, ſed adhuc exiſtat minor, quam *D b*, ut circulus *E e* contineatur intra circulum *B b*. Stella per *A B* in primo caſu deferetur motu æquabili, & rectilineo: tum in percurrendo arcu *B D* impendet totum tempus debitum motui per *B E*; nam ubi apparebit in *D* ob effectum refractionis *D E*, debebit eſſe in *E*, ac ipſa ſtella progreſſa ultra *E* jam ex parte *D B* videri non poterit. At dum apparebit percurrere ſpatium *B D*, percurrens revera ſpatium *B E*, multa ipſi accident. In primis in appulſu ad *e*, dum adhuc ex parte *BD* apparet alicubi in *P*, debebit apparere etiam ex parte oppoſita in *d* effectu refractionis *d e*, adeoque antequam immergatur in *D*, emerget ex parte oppoſita in *d*, & per totum ſpatium, quo percurret diametrum *e E* apparebit in binis punctis oppoſitis. Quin immo, quoniam ubicunque fuerit in circumferentia circuli *E e*, debet apparere alicubi in circumferentia *D d* ultra centrum, omnino patet, ubi intra circulum *E e* fuerit, debere apparere utrinque extra circulum *D d*. Ubi autem pervenerit ad centrum *C*, apparebit ex altera parte alicubi in *V*, ex altera in *u*, in eadem diſtantia a puncto *C*, vel a punctis *B*, *b*, quo

casu omnino patet debere pariter apparere in quavis alia diametro utrinque a centro in eadem distantia, ut in diametro *T t* in *R*, *r*, adeoque eo momento temporis, quo transibit per centrum, apparebit, ut quidam annulus per totam circumferentiam circuli *V R u r*, qui quidem circulus erit limes quidam binorum locorum oppositorum ita, ut si stella sit alicubi in *S*, debeat apparere in diametro *T S t* alicubi ex eadem centri parte in *N* ultra eum circulum, & ex opposita in *N'* citra ipsum. Ac eo pacto dum stella percurret spatium *B e* habebitur unicus locus visus ad partes *B* in spatio *B D*: ea appellente ad *e*, emerget alter in *d*: ea percurrente *e C*, ille prior percurret *P V*, posterior *d u*: ea appellente ad centrum, locus visus diffundetur per totum circulum, & fiet annulus quidam, qui momento temporis evanescet: ea percurrente *C E*, ille prior locus percurret *V D*, hic posterior spatium *u p* æquale *V P*: eo appellente ad *E* immergetur prior locus in *D*, & interibit; ea demum percurrente *E b*, prior ille locus nusquam jam erit, posterior vero percurret *p b*.

78. At in secundo casu, in quo stella percurrat rectam *F f* incidentem in circulum *e E* in *i* & *I*, habebitur phænomenum adhuc magis mirum. Ubi stella percurret tractum *G i*, locus apparens percurret curvam quandam *G H* ultra circulum *V R u r*: ipsa appellente ad *i*, jam emerget ultra centrum in *h* secundus locus in ipsa peripheria circuli *D d*, priore illo adhuc sito in *H* ultra circulum *V R u r*: stella percurrente *i I*, locus prior describet circa centrum arcum *H N h*, qui erit continuatio curvæ *GH*, & jacebit ultra circulum *V R u r*, locus vero posterior arcum *h N' H'* curvæ ortæ in *h*, desinentis in *H'*, in ipsa peripheria *D d*, & jacentis citra circulum *V R u r*: illa appellente ad *I*, novus ille locus interibit in *H'*, priore illo existente in *h'*: dum autem fixa percurret *I g*, prior ille locus continuabit motum per arcum *H' g* æqua-

æqualem, & similem *G H*, secundo nusquam existente. Quamobrem in hoc casu alter locus sine ulla immersione, aut emersione gyrabit circa discum apparentem corporis atmosphæram sustinentis, alter orietur, & occidet emersione pariter immersionem præcedente.

79. Quod si *C E* ita augeatur, ut primo evadat æqualis *C b*, puncta *P*, *p* in primo casu abibunt in *B*, *b*, orietur nimirum secundus locus visus in *d* in ipso appulsu primi loci ad *B*, quæ puncta jacerent extra circulum *B b*, si *C E* esset etiam major, quam *C B*, secundo loco viso emergente ex *d* ante appulsum primi ad *B*, nimirum in appulsu ad *e*. Sed in utroque hoc casu circulus *V u* contineretur intra *B h*, & arcus quidem *G N g* jaceret ultra ipsum, *h N' H'* citra. At ubi *C E* sit major, quam *C b*, recta *F f* incidet prius in circulum *E e*, quam in *B b*. Quamobrem arcus *h N' H'* secundi loci patebit magis, quam *G N g*, nec punctis *h*, *H'* respondebunt puncta *h'*, *H*, sed puncta *G*, *g* punctis jacentibus in arcubus *N' b*, *N' H'*. Ac in eodem casu fieri poterit, ut *F f* incidat in circulum *E e*, sed evitet circulum *B b*, ac habeatur ramus *h N' H'* sine ramo *G N g*, nimirum sine curvatura primi loci visi, quæ quidem omnia satis patent per se, sed patebunt magis ex constructione, qua paulo infra utemur.

80. Porro in omnibus superioribus casibus, quo minor fuerit chorda *I i*, hoc minor itidem erit arcus ille *H' N' b*, qui pendet ab angulo *H' C b*, & si *F f* contigerit circulum *E e*, tota curva *b N' H'* abibit in unicum punctum, & stella unico momento temporis apparebit ex parte *N'*: recta autem *F f* cadente extra circulum *E e*, secundus ille locus nusquam habebitur, sed unica via *G N g* unici loci.

81. Et hæc quidem locum habent in stellis fixis, quæ instar puncti apparent; nam in planetis, qui potissimum telesco-

pio conspecti habent diametrum apparentem admodum sensibilem, ea non de toto planetæ disco, sed de singulis disci punctis intelligenda sunt, ac quæ mutatio haberi debeat in ipsa disci forma, patebit paulo infra. Interea notandum illud, omnia hæc phænomena omnium expositorum casuum (*Figuræ* 12) ubi $D E$ major est quam $D C$, sed $C E$ minor quam $C b$, debere haberi, si e luna spectetur immersio fixarum post terram. Nam refractio quidem horizontalis in atmosphæra terrestri est saltem 32′, cujus duplum 64 est semper majus semidiametro terræ e luna visæ. Ipsa autem semidiameter est æqualis parallaxi horizontali lunæ, quæ ad 64 minuta pertingit numquam.

82. Ipsas autem curvas omnium casuum tam (*Figuræ* 12, quam 11) facile esset definire, si posset determinari pro quavis data distantia apparenti a limbo correctio ipsi respondens, sive totius curvaturæ radii intra atmosphæram effectus. Si enim $D B$ (*in Fig.* 13) referat atmosphæræ altitudinem eandem, quæ habetur (*in Fig.* 11) & curva $B R E$ exprimat correctiones correspondentes diversis distantiis apparentibus a limbo D ita, ut pro distantia apparenti $D R$ habeatur correctio $R S$ expressa per ordinatam ejus curvæ, ac $D E$ duplam illam horizontalem refractionem exhibeat, seu correctionem in appulsu ad limbum apparentem globi, sic facile (*in Fig.* 11) describitur curva illa $G H$ Producta (*in Fig.* 13) $B D$ in C, ut $D C$ sit eadem (*in Fig.* 13. & 11) ducatur (*in Fig.* 13) $B G$ parallela ordinatis, & æqualis $B C$. Tum assumpto in recta $G I$ (*Fig.* 11) puncto quovis S, ductaque per ipsum ex centro recta, sumatur (*in Fig.* 13) $G L'$ æqualis ipsi $C S$ (*Fig.* 11) ac ducatur $L S$ parallela $G C$ usque ad curvam, cui si ea alicubi occurret in S, ducta per S recta $R F$ parallela $B G$, quæ in R, & F occurrat rectis $C B$, $C G$ sumatur (*in Fig.* 11) in recta $C S$ recta $C R$ æqualis $C R$ (*Fig.* 13)

& punctum R erit ad curvam quæsitam. Erit enim $R F$ (*Fig.* 13) æqualis $C R$ ejusdem, ut $B G$ æquatur $B C$, adeoque etiam æqualis $C R$ (*Fig.* 11) cumque & $S F$ (*Fig.* 13) æquetur $L G$ ejusdem, sive $C S$ (*Fig.* 11) etiam $R S$ utrobique eadem erit. Cum vero $C R$ utrobique sit ejusdem magnitudinis, & $C D$ (*Fig.* 13) æquetur $C V$ (*Fig.* 11) erit & $D R$ illius æqualis distantiæ apparenti $V S$ (*Fig.* 11). Quare pro distantia apparenti $V R$ a limbo (*in Fig.* 11) habebitur correctio $V S$, & loco viso R respondebit verus S, ut oportebat. Nimirum (*in Fig.* 13) rectæ $C R$, $R S$, $S F$ vel $L G$ exhibebunt distantiam visam a centro, correctionem, distantiam veram, & cujusvis datæ distantiæ veræ $G L$ a centro respondebit distantia visa $C R$.

83. Porro patet, si $D E$ correctio in appulsu respondens duplæ refractioni horizontali sit minor semidiametro globi $D C$, ut exhibet (*Fig.* 11. & 13) punctum E in hac debere contineri in triangulo $B C G$, cum producta $D E$ usque ad $C G$ in Q, debeat esse $D Q$ æqualis $D C$. Ducta autem (*in Fig.* 13) $E P$ parallela $C G$ usque ad $B G$, patet constructionem haberi usque ad ipsam $P E$, nimirum donec $G L$, quæ assumitur æqualis $C S$ (*Fig.* 11.) evadat æqualis $G P$, sive $Q E$, sive differentiæ ipsarum $D Q$, $D E$, vel $D C$, $D E$, nimirum rectæ $C E$ (*Fig.* 11) sive $C I$, nimirum donec punctum S abeat in I. Adeoque si alicubi recta $F f$ (*Fig.* 11.) incidit in circulum $E e$ in I, curva $G S H$ abrumpitur ibidem in H. Sed si $F I$ evitat eum circulum, nulla distantia $C S$ (*Fig.* 11) evadet minor, quam $G P$ (*Fig.* 13) adeoque curva continuabitur, ut $M N m$ continuari supra vidimus.

84. Quod si, ut (*in Fig.* 12. & 14.) fuerit $D E$ major, quam $F C$, erit in (*Fig.* 14) $D E$ major, quam $D Q$, & adhuc $G P$, seu $Q E$ æqualis $C E$ (*Fig.* 12) sive differentiæ semidiametri $C D$, & duplæ parallaxis horizontalis $D E$, ac curva (*Fig.* 14)

alicubi secabit rectam *C G* in *T*, unde dicta *T V* parallela ordinatis determinabit illam *C V* distantiam veram a centro respondentem correctioni *V T* sibi æquali, & requirentem locum verum in ipso centro, quam patet fore minorem quam *C B*, cum curva *R E* debeat rectam *C G* secare inter *C*, & *G*, adeoque patet (*in Fig.* 12) licet *C E* concipiatur major, quam *C b*, debere *C V* esse minorem, quam *C B*, ut supra affirmavimus. Assumtis vero *G L* versus *B*, *G l* ad partes oppositas versus *P* æqualibus distantiæ veræ a centro, habebitur *C R*, vel *C r* distantia apparens; ac punctum quidem *R* obtinebitur semper, si *G L* (*Fig.* 12) distantia vera assumatur minor, quam *G B*, nimirum minor quam *C B* utriuslibet figuræ, sive si punctum loci veri jaceat intra circulum *B b*, (*Fig.* 12) & punctum *r* habebitur semper (*in Fig.* 14) si *G l* fuerit minor, quam *G P*, vel *Q E*, nimirum distantia vera (*in Fig.* 12) minor, quam *C E*, sive punctum assumtum intra circulum *E e*; unde redit tota præcedens constructio, & utriusque rami determinatio pro casu, quo *F f* incidat tam in circulum *B b*, quam in *E e*, sive *C E* fuerit minor, quam *C b*, sive major, nimirum cujuscunque longitudinis sit (*in Fig.* 14.) *D E*, vel *Q E*.

85. Porro natura curvæ *B S E*, quæ exhibeat correctiones *R S* pro distantiis apparentibus *D R* a limbo, vel *C R* a centro, determinari posset ex refractionum natura, si nota esset lex, secundum quam mutatur vis refractiva in diversis atmosphæræ altitudinibus. At id quidem etiam in hac nostra terrestri atmosphæra non ita facile definiri potest. Nam in primis non satis comperta est lex densitatis atmosphæræ ipsius aerem comprimi in ratione ponderis comprimentis, docent experimenta; unde & ex natura gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum determinavit Newtonus progressionem attenuationis in ascensu per atmosphæram, ut nimirum altitudinibus a centro terræ computatis, & crescentibus in continua proportione harmonica respondeant densitates decrescentes in progressione Geometrica. At aer comprimitur in ratione ponderis comprimentis, si cetera sint paria, ut calor. Mutatis circumstantiis, mutatur compressio ipsa, & idem aer magis calefactus minus comprimitur eodem pondere. Atmosphæra vero in diversis a superficie terrestri distantiis admodum diversam habet caloris vim. Turbatur igitur plurimum ea lex, & idcirco fortasse barometrorum experimenta legi a Newtono inventæ non respondent.

86. Præterea vero vires refractivas invenit quidem Newtonus ipse plerumque proportionales densitati corporum, at invenit etiam corpora sulphurosa, & unctuosa in lumen agere magis, quam pro quantitate materiæ. Quamobrem licet cognita nobis esset lex densitatis atmosphæræ, adhuc tamen si altera ejus pars majore, minore altera sulphurearum particularum quantitate sit prædita, & hæc nobis ejus dispositio incognita sit, etiam lex refractionis, & curvatura radiorum per atmosphæram debebit pariter ignorari. Nota quidem nobis est ex observationibus lex refractionum in superficie terræ pro quavis altitudine apparenti astri, cujus ope inquiri posset in aliquam legem vis refractivæ pro diversis atmosphæræ distantiis a superficie terræ, inveniendo hypothesim ejus quampiam, quæ satisfaciat, & ex ea determinata inquiri posset in legem refractionum horizontalium pro oculo constituto in quavis distantia ab eadem superficie, qua lege hic opus est. Sed adhuc ignoraremus, an, si quam atmosphæram luna habeat, eadem sit in ea vis refractivæ lex.

87. Cum determinari non possit ex ipsa rei natura lex correctionum adhibendarum distantiæ apparenti a limbo, ut habeatur vera, Eulerus in Commentariis Acad. Berolinensis ad annum

1748, cum ex dilatatione quadam ſolaris diſci in eclipſi annulari, de qua agemus paullo inferius, deduxiſſet aliquam licet tenuiſſimam lunæ atmoſphæram, aſſumpſit, donec aliquid certius aliunde innoteſceret, formulam algebraicam hujuſmodi $z = \frac{A}{1 + Bx^n}$ in qua exprimeret z correctionem adhibendam loco viſo debitam diſtantiæ apparenti a limbo $= x$. Ibidem vero A, B ſunt quantitates conſtantes, & n exponens pariter conſtans. Eas autem ita determinandas cenſuit, ut in ipſo appulſu ad limbum habeatur correctio $40''$, aſſumta nimirum in ſuperficie lunari refractione horizontali perquam exigua $20''$, quanquam eandem adhuc minorem, & fortaſſe duplo minorem eſſe ſuſpicatur: in diſtantia autem unius minuti ſit jam inſenſibilis, in qua diſtantia aſſumpta deinde correctione $4''$, fecit $A = 40$, $B = \frac{1}{400}$, $n = 2$, adeoque redegit formulam ad $z = \frac{40}{1 + \frac{1}{400}xx}$.

88. Ex hac formula tabulam ſequentem computavit pro correctionibus ipſis, quæ exhiberet caſum (*Fig.* 13) ubi tamen *DE* eſſet perquam exigua.

x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
$0''$	$40''$	$10''$	$32''$	$20''$	$20''$	$30''$	$12''$	$40''$	$8''$	$90''$	$2''$
1	40	11	31	21	19	31	12	45	7	100	2
2	40	12	29	22	18	32	11	50	6	110	1
3	39	13	28	23	17	33	11	55	5	120	1
4	38	14	27	24	16	34	10	60	4	130	1
5	37	15	26	25	15	35	10	65	4	140	1
6	36	16	24	26	15	36	10	70	3	150	1
7	35	17	23	27	14	37	9	75	3	160	1
8	34	18	22	28	13	38	9	80	2	170	$\frac{1}{2}$
9	33	19	21	29	13	39	8	85	2	180	$\frac{1}{2}$
10	32	20	20	30	12	40	8	90	2		

89. Ope illius formulæ, vel hujus tabellæ conſtrui poteſt curva *BE* (*Fig.* 13) & ejus ope curvæ illæ (*Fig.* 11) definirentur. Stellæ fixæ, & quævis planetarum puncta, ubi devenerint ad diſtantiam unius minuti a lunari limbo, ſi exiguam correctionem ei diſtantiæ debitam negligamus, inciperent motum retardare, ac ſi oblique inciderent, etiam incurvare, quæ ſi tranſirent in diſtantia a centro, minus, quam per $40''$ deficiente a lunæ ſemidiametro, curvam illam *MNm* perpetuam deſcriberent circa limbum. Occultationes autem fierent eodem pacto, quo ſi lunæ diameter apparens eſſet per $80''$ minor, quam revera eſt, nimirum per ſemidigitum lunaris diametri, quo pacto & tempus immerſionis, ac emerſionis, & duratio occultationis adhuc non ita parum perturbaretur. Nam ſecluſa etiam parallaxi, quæ motum lunæ in orientem circa meridianum potiſſi-

mum retardat plurimum, ipsa luna in singulis minutis circuli maximi percurrendis impendit proxime 2 minuta horaria. Quare si fixa (*in Fig.* 11) transeat per centrum *C*, & observetur primo quidem tempus, quo ea distat a limbo per 2 minuta, tum tempus quo distat per 1′, tum quo immergitur, primum e binis eorum temporum intervallis erit circiter minutorum 2, secundum vero 3′ 20″ respondens nimirum non uni minuto *B D*, sed *B E* spatio minuti 1, & 40″. Totum autem tempus occultationis erit fere 3 minutis brevius, quam id, quod diameter lunæ apparens, & ejus motus requirit.

90. Id autem discrimen, ubi fixa aliqua obliquius incidit, multo erit majus. Si enim (*in Fig.* 11) recta *F f* in peripheriam *D d* incidat in *T*, recta *T I* erit eo major, quo major fuerit distantia *C Z* perpendicularis ipsius *F f* a centro *C*, qua data, ea facile invenietur. Nam ea data, datur in triangulo rectangulo *C Z T*, latus *T Z*, & si *C T* occurrat circulo *E e* in *X*, erit proxime *T Z* ad *C T*, ut *T X*, sive *D E* ad *T I*: accuratius autem ex data *C I* inventa etiam *Z I*, habebitur *T I*. Sit semidiameter lunæ $16' = 960''$, $C I = 16' - 40'' = 920''$, & stella transeat in distantia $C Z = 14' = 840''$, erit $T Z = 465''$, $I Z = 375''$, adeoque $T I = 90''$. Quare chorda *I i* erit brevior quam *T t* per $180''$, sive per $3'$, quod tempus moræ post lunam minueret 6 minutis horariis, & adhuc aucta *C Z*, adhuc majus esset ejusmodi decrementum.

91. Porro potest ante immersionem, & post emersionem pluribus vicibus assumi distantia fixæ a limbo conspicuo lunæ, & ipsius lunæ apparens diameter, ex quibus admodum facile determinari satis accurate potest via apparens fixæ respectu lunæ, & correcta etiam exigua illa aberratione a rectilineo motu, quam inducit inæqualis parallaxeos mutatio, vel occultationis typo per ejus-

ejusmodi observationes correcto, potest satis accurate determinari intervallum temporis, quo luna debet delitescere, & in eo error tot minutorum committi non potest.

92. Et quidem hic etiam admodum utile esse potest id, quod proposuimus in Dissertatione *de nova methodo adhibendi phases in eclipsibus lunaribus* edita anno 1744, quæ etiam Lucæ prodiit in collectione opusculorum Tom. 3. Si nimirum determinentur plures distantiæ Fixæ a centro lunæ, definitis distantiis a limbo, & semidiametro ipsius lunæ, ac in recta quadam exprimente tempora erigantur in singulis punctis singula momenta exhibentibus rectæ perpendiculares respondentes distantiis a centro, harum vertices, habito motu apparenti lunæ ei tempori debito pro rectilineo, erunt in hyperbola quadam, per cujus centrum transibit recta exprimens tempora, in qua & alter jacebit axis. Datis autem quatuor ejus hyperbolæ punctis, ea tota determinatur, & ut ibi pro initio, & fine eclipseos, sic hic pro immersione & emersione admodum facili & constructione, & calculo invenitur momentum, quo Fixa in ipso lunæ limbo apparere deberet, seclusa atmosphæræ actione, quæ tempora cum observatis conferri possunt.

93. Porro observatis sæpe distantiis a limbo, ubi jam Fixa satis ad eum accederet, & collatis cum iis, quæ vel ex ea hyperbola, vel ex eo typo correcto eruuntur, computari etiam posset tabella illa superior correctionum pro quavis apparenti distantia, & curva (*Fig.* 13) describi, quod quidem multo accuratius, & tutius fieret, si atmosphæra esset paulo amplior, & paulo major effectus refractionis. Adhuc tamen effectus 40″, si longiora telescopia adhibeantur, non est ita exiguus, ut micrometra eludat. Curvatura viæ *G H*, & punctum *H*, in quo Fixa immergi debet, indicium etiam atmosphæræ præberent, si

dupla refractio illa horizontalis, ſive illa DE (*Fig.* 11) poneretur major. Sed ea aſſumpta adeo exigua: cum admodum difficulter determinetur poſitio puncti, in quo Fixa occultatur, & emergit, reſpectu viæ, quam in aliqua diſtantia tenuerat, minus facile ea curvatura ex obſervationibus erui poterit. Adhuc tamen in majore obliquitate non ita exiguum erit diſcrimen loci, in quo Fixa occultari deberet habita ratione directionis, cum qua acceſſit a loco, in quo revera occultatur. Eſt enim proxime ut IZ ad CZ, ita IH ad HT, donec ipſe arcus TH non nimis diſtat a recta linea. In caſu, in quo CZ fuerit $14'$, ſive $840''$, invenimus $IZ = 375''$, adeoque provenit $TH = 90''$, ſive $1'$, $30''$, quæ quantitas adhuc magis augetur in majore inclinatione.

94. Hæc quidem ad unicam pertinent Fixam a luna occultatam. At ſi plures Fixæ ſatis proximæ inter ſe adſint, dum occultantur, in earum diſtantis perturbatis, indicium itidem habebitur admodum manifeſtum ipſius atmoſphæræ. Intervallum quidem temporis inter immerſionem unius, & immerſionem alterius nihil turbabitur, ſi ambæ jaceant in eadem illa recta Aa, vel Ff. (*Fig.* 11) Nam utraque immergetur, ubi appulerit ad E, vel I, cum debuiſſet immergi in appulſu ad D, vel T. Error in utraque idem erit, & intervallum temporis idem. Si autem oblique jaceant, erit diſcrimen aliquod, ſed admodum exiguum, niſi incedant perquam oblique, parum enim mutata diſtantia Ff ab Aa, parum itidem mutabitur intervallum TI, adeoque differentia inter binos temporis errores perquam exigua erit. Sed diſtantia ipſarum a ſe invicem mutari poterit, & plurimum quidem mutabitur, ſi eæ jaceant in recta tranſeunte per centrum lunæ, dum altera ex iis occultatur. Tum enim ſi altera extra circulum atmoſphæræ Bb adhuc ſit, altera limbo proxima appareat, earum diſtantia

minuetur per totam illam duplam refractionem horizontalem, ſive in caſu Euleri per $40''$, qui acceſſus in exigua diſtantia adhuc eſt admodum ſenſibilis, & non ſolum micrometro deprehenditur, ſed etiam oculo ipſo detegi poteſt longioribus teleſcopiis inſtructo. Ubi autem in alia directione jacent Fixæ, facile data ea directione, & data remotione Fixæ a centro lunæ in recta per ipſum centrum tranſeunte, definitur acceſſus ad ſe invicem, vel viceverſa dato eo acceſſu, & directione, in qua jacent, reſpectu rectæ tendentis ad centrum, facile definitur remotio a centro.

95. Atque hoc quidem pacto ſi habeatur ejuſmodi correctio ſenſibilis, poſſet per immediatam obſervationem conſtrui correctionum illarum tabella, & curva (*Fig.* 13), obſervando diſtantiam ſtellæ jam intra atmoſphæram viſæ, & accedentis ad limbum, a ſtella ſita extra, quod multo accuratius præſtaretur, quam per diſtantias a limbo comparatas cum erutis ex hyperbola, vel typo correcto juxta num. 93.

96. Quod ſi utraque appareat intra atmoſphæram, determinabit acceſſum differentia tantummodo correctionum ex refractione provenientium. Sint binæ Fixe a ſe invicem diſtantes per $1'$, facile erit in tabella Euleriana invenire quantum ad ſe invicem accedere debeant, ubi altera ad limbum lunæ appellit, ſi jaceat in recta per centrum tranſeunte. Ubi prior apparet in limbo, jam revera citra limbum eſt per $40''$. Igitur altera debet diſtare a limbo per $20''$, ſed apparebit diſtans magis: & quoniam diſtantia vera eſt $x - z$, quærendum eſt in tabella $x - z = 20''$. Invenietur autem ubi $x = 31\frac{1}{2}$, ibi enim $z = 11\frac{1}{2}$, adeoque $x - z = 20$. Quare poſterioris Fixæ apparens diſtantia a limbo in appulſu prioris ad limbum erit $31''\frac{1}{2}$, ac proinde illarum acceſſus ad ſe invicem $28\frac{1}{2}$, qui ejuſmodi eſt, ut oculo per longiora teleſcopia ſe ſtatim prodere debeat ſine ullo

micrometro, cum ſtatim apparere debeat eas Fixas duplo minus a ſe invicem diſtare, quam paulo ante. At ſi diſtantia earum ſit $30''$, ubi prior apparet in limbo, adeoque jacet ultra limbum, jam revera & poſterior jacet citra limbum per $10''$. Debebit igitur ibi eſſe z majus, quam x, & $z - x = 10''$. Id invenietur in eadem tabella ubi $x = 15\frac{1}{3}$, cum ibi ſit $z = 25\frac{1}{3}$. Quamobrem diſtantia apparens eſſet $15\frac{1}{3}$, & acceſſus $14\frac{2}{3}$, nimirum adhuc diſtantia fere duplo minor, & fere eadem proportio habetur in minore vera diſtantia, quæ ſi ſit 10, debebit eſſe $z - x = 40'' - 10'' = 30''$, quod habetur ubi $x = 6$, exiſtente diſtantia apparente $6''$, quæ ſi eſſet $5''$ eſſet duplo minor. Generaliter autem ſi diſtantia vera ſit a, in ejus formula erit $x - z = a - 40''$, vel $z - x = 40'' - a$, quod eodem redit, adeoque $x - \frac{40}{1 + \frac{1}{400}xx} = a - 40$, quæ æquatio evadit $x^3 + 40xx + 400x - 400a = 0$, & generaliter exhibet diſtantiam apparentem x pro vera a.

97. Atque hinc quidem jam manifeſtus erit tranſitus ad ea, quæ debent accidere planetarum diſco, ubi poſt ejuſmodi atmoſphæram abeant, & a luna ejuſmodi atmoſphæra prædita occultentur. Tempus, quod impendit totus diſcus, dum occultatur, ab immerſione primi limbi ad immerſionem poſtremi, ſi planeta directe immergatur per $B\,b$ turbari omnino non debet; ſi immergatur oblique, nil ad ſenſum turbabitur, niſi obliquitas ſit ſumma. Idem nimirum erit, quod eſſet, ſi occultaretur ab arcu $E\,I$ (*Fig.* 11), dum videtur occultari ab arcu $D\,T$, cum quodlibet punctum appareat in limbo circuli $D\,d$, ubi appellit ad arcum circuli $E\,e$, juxta num. 73. Porro Aſtronomis eſt notum hoc theorema, quod admodum facile demonſtratur, in ingreſſu obliquo per rectam $F\,I$, quæ non ita parum immergatur in diſcum per $I\,i$,

tempus debitum occultationi planetæ produci ita, ut ob exiguitatem diſci apparentis planetæ ipſius ſit ad tempus, quod impenderetur in occultatione directa circa E, ut eſt radius ad coſinum anguli $C\,I\,Z$. Contra tempus, quod impenderetur in occultatione directa ad tempus, quod impenderetur in occultatione circa T ab arcu $D\,T$, erit ut coſinus anguli $C\,T\,Z$ ad radium. Quare ex æqualitate perturbata tempus occultationis circa I ad tempus circa T erit, ut coſinus anguli $C\,T\,Z$ ad coſinum $C\,I\,Z$, quæ ratio prope D eſt fere æqualitatis, in receſſu augetur nonnihil, ſed niſi $F\,f$ ſatis accedat ad tangentem, quo caſu ipſa etiam hæc proportio correctione indiget, non ita multum excreſcit. Si angulus $C\,T\,Z$ ſit ſemirectus, erit ut $C\,I = 920''$ ad $C\,T = 960$ ita ſinus $C\,T\,Z = \text{ſin.}\,45° = 70711$ ad ſinum $C\,I\,Z$, qui evadit $47°\,33''$. Ejus coſinus eſt 67495, coſinus autem 45° eſt pariter 70711. Quare ille ad differentiam 3216 eſt, ut 21 ad 1 quam proxime. Ac proinde ibi tempus augetur $\frac{1}{21}$ ſui parte, nimirum per $3''$ pro quovis minuto, quod diſcrimen eſt adhuc ſatis exiguum, & admodum difficulter per obſervationem definiri poteſt, cum via $F\,f$ paulo remotior a centro ita, ut coſinus anguli $C\,T\,Z$ augeatur ſolum $\frac{1}{21}$ ſui parte, vel diameter imminuta eandem productionem debeat gignere, & difficile ſit immediata obſervatione determinare diſtantiam viæ a centro intra limites tam arctos, niſi forte ea eruatur ex mora ſub diſco lunæ comparata cum diſtantiis a limbo obſervatis ante & poſt occultationem, & cum diametro lunæ obſervata.

98. At multo evidentius indicium haberi debet in figura planetæ. Si ejus diameter apparens ſit unius minuti, vel dimidii minuti, & adhuc minor; diameter, quæ tendit ad centrum lunæ debet ita contrahi reſpectu diametri ipſi perpendicularis, & paralelæ limbo, ut fere dimidia ejus appareat, ac forma diſci in ellip-

ticam mutetur duplo productionem in axe majori, quam in minori. Si enim (*in Fig.* 15.) $D\ q\ H$ fit limbus lunaris, $N\ R\ P\ Q$ discus apparens planetæ, $R\ I\ Q$ diameter perpendicularis limbo, $N\ I\ P$ diameter parallela, $E\ Q\ M$ limbus interior determinans occultationes; puncto infimo Q tangente limbum $E\ Q\ M$, apparebit contactus disci $r\ n\ q\ p$ in q, quo tempore punctum R apparebit in r fere duplo propius puncto q, quam fit R puncto Q, diametro $q\ r$ fere dimidia diametri $Q\ R$ juxta num. 96; dum punctis N, P abeuntibus per rectas limbo perpendiculares in n, p, vix quidquam mutabitur diameter $N\ P$, quæ, si quid mutabitur ob divergentiam, debet potius augeri. Manebit igitur $n\ p$ fere duplo longior, quam $r\ q$, ac cum omnia peripheriæ puncta fere duplo propiora debeant esse limbo $D\ H$, quam revera fint limbo $E\ M$, patet figuram fore proxime ellipticam. Porro tanta contractio ejusmodi est, ut cœcum oporteat esse eum, qui ipsam fine ullo etiam micrometro non perspiciat.

99. Quod si e luna ejusmodi occultationem aspiceremus post terram, multo sane major ea contractio esset, ac totus discus fere in lineam quandam distenderetur. Nam in terra horizontalis refractio est minutorum 32 saltem, ac apparens altitudo atmosphæræ terrestris satis densæ ad refringendos, ac e luna visæ longe infra minutum continetur, ut abunde demonstravimus in Dissertatione illa ipsa paulo ante memorata *de nova methodo adhibendi phases in eclipsibus lunaribus*, ubi argumento, nobis saltem novo, eam etiam ad $10''$ depressimus. Quamobrem cum ibi effectus refractionis in ipso contactu debeat esse saltem $64'$, & in distantia $10''$ debeat esse insensibilis, in distantia $1'$ jam differet a $64'$ magis, quam pro tota apparente diametro planetæ, & proinde altero planetæ limbo, hærente limbo lunæ, alter ab ipso ne per unum quidem secundum distabit. Et hoc quidem in occultatione directa,

(*in Fig.* 12), circa D: at in eadem altera diameter parallela limbo augebitur plurimum, & oblongabitur. Nam ubi ea accesserit ad centrum, lineæ $N\ n$, $P\ p$, quæ (*in Fig.* 15.) removent puncta N, P ad n, p per rectas a centro profectas, divergent plurimum, eritque $n\ p$ ad $N\ P$, ut distantia puncti I a centro ad distantiam puncti i, sive q contingat lunarem limbum, sive etiam eo fit altior. Quare si centrum planetæ a centro lunæ distiterit per unum minutum, ipsius discus præter immanem illam contractionem alterius diametri prope contactum, habebit dilatationem alterius in ratione 1 ad 16, nimirum si eadem diameter fit unius minuti, diffundetur per arcum lunæ cujus chorda æqualis radio, sive per sextantem totius peripheriæ, & eodem pacto augeretur ibi distantia binarum Fixarum a se invicem distantium per $1'$, si ita accederent ad centrum, ut uno minuto distaret alterutra ex ipsis a centro ipso, ubi eæ ab eodem centro æque distarent. Quod si disci punctum aliquod in centrum incideret, tum vero illud punctum, ut diximus num. 77. diffunderetur per totam peripheriam $V\ R\ u\ r$ (*Fig.* 12), reliquus autem discus jacens hinc inde ab eo puncto in omnibus directionibus appareret hinc inde ab eadem peripheria circumquaque, & annulum crassiorem, ac vividiorem exhiberet ibidem, qui e luna, ubi ea nobis ita demergitur in umbram terræ, ut ad umbræ axem deveniat, ac solem habeat post centrum terræ, & amplior esset, & vividissimus, unde etiam fit, ut in eclipsibus lunæ centralibus luna versus mediam eclipsim sæpe multo vividiore lumine perfundatur, nimirum circum undique detorto, & collecto.

100. Refractio etiam colores parit. Hinc nostra sidera tubis longioribus prope horizontem inspecta ex inferiori parte apparent rubea, ex superiori violacea. Id quidem ex theoria refractionum est manifestum. Nam differentia sinus incidentiæ a si-

nu refractionis est in radiis violaceis $\frac{1}{28}$ sui parte major, quam in rubeis; ac proinde cum anguli exigui sint proxime ut sinus, refractio violaceorum exigua excedit refractionem rubeorum per $\frac{1}{28}$ sui partem. Hinc id punctum lucidum, quod radiis violaceis elevatur per 28′ supra altitudinem suam, rubeis elevatur per 27′. Adeoque prope horizontem ubi refractio est circiter 32′, imago ejus puncti rubea nobis apparere debet circiter per 1′ humilior, quam violacea. Id intervallum potissimum ob radios intra oculum aberrantes, & fibræ percussæ tremorem ampliorem, quam ferat spatiolum, in quo percussio facta est, nudo oculo nequaquam discernitur. Sic & Jovis discum apparentem nequaquam distinguimus, sed imum punctum confundimus cum summo. At telescopiis majoribus, quibus terminata apparet Jovis diameter, colorum etiam separatio prope horizontem videri debet. Sic in Commentariis Academiæ Parisiensis ad annum 1715 D. De l'Isle celeberrimus ejusdem Academiæ Astronomus, dum refert observationem occultationis Jovis a luna factæ a se habitam cum D. Chardeloup Londinensi socio, narrat a luna etiam remotum Jovem horizonti proximum visum sibi ex inferiori parte rubeum, e superiore violaceum. Quamquam effectum eundem in ipso etiam horizonte plurimum illud minuit, quod radiorum magis refrangibilium in illo longiore tractu per atmosphæram ingens copia reflectitur ita, ut pauci ad oculum deveniant, quemadmodum paulo infra videbimus: aucta autem per paucos gradus altitudine jam refractio ita minuitur, quod videre est in Astronomicis refractionum tabulis, ut colorum separatio sine longissimis telescopiis deprehendi non possit. Idem igitur etiam in stellis post lunam occultatis deberet deprehendi, si in ea major esset horizontalis refractio. Si enim ea esset æqualis terrestri 32′ saltem, duplus ejus effectus 64′, per 2′ $\frac{1}{2}$ circiter produceret imaginem Fixæ limbo

limbo proximæ, parte ipsi limbo obversa rubeo, opposita vero violaceo colore imbuta. Sed si totus effectus refractionis sit 40″ separatio colorum minor 2″ sub sensum non caderet, nec Fixæ, & planetæ ex refractione in atmosphæra lunari facta colores ullos induerent.

101. Hisce omnibus perspectis, quæ ad occultationes pertinent factas in atmosphæra nostræ simili, pergemus ad alias relationes, quas ea habet cum fluido homogeneo globum solidum ambiente. Arcus ille Hh (*Fig.* 7.) illustratus a sole, & visus ab oculo A, licet ab eodem ipse sol videri omnino non possit, hic nullus haberetur. Nam (*in Fig.* 10.) objecta per crassitudinem atmosphæræ ML transpici possunt, nec solis aliquod punctum occultatur oculo A, nisi devenerit ad F, ac tum quidem usque ad punctum M, ad quod pertingit illuminatio a sole facta per radium FOM, pertingit etiam visio per radium MHA. Dichothomia quoque nihil turbatur ad sensum. Nam si concipiatur recta CK ibidem parallela rectæ MF tendenti ad solem in horizonte visum directione ME, arcus KM excedet quadrantem solum per arcum æqualem angulo FME refractioni horizontali. Nam bini anguli KCM, CMF simul sumpti æquantur binis rectis. Quare bini KCM, CME simul excedunt binos rectos per angulum EMF. Dempto igitur recto CME, reliquus KCM superat rectum per angulum EMF. Hinc si refractio horizontalis in luna esset etiam 32′ æqualis refractioni in terra, arcus ZH (*in Fig.* 8.) esset minutorum lunarium circiter 32 & totus $HP = 47'$, qui e terra visus minueretur in ratione 215 ad 1, adeoque vix esset 13″. Licet autem HM ad 1′ assurgeret, quam altitudinem in terra e luna visa intra 10″ contineri diximus, esset ut $HT = 16'$ ad $HM = 1'$, ita CT, sive $HP = 13''$ ad ML, quæ magnitudo esset minor 1″, & multo

magis differentia arcuum $F\,Q$, $F\,V$, & lineola $G\,g$ penitus evanescerent. Ea autem omnia in immensum minuuntur, si illa horizontalis refractio non $32'$ statuitur, sed $40''$.

102. Imago pariter nulla ex reflexione in summa superficie haberi debet in atmosphæra nostræ simili: at alios effectus plures satis notabiles reflexio præstabit. Nam quotiescunque ita mutatur medium, ut radius refringatur, semper, ut experientia docet, pars aliqua etiam reflectitur, & pars reflexa eo est major, quo differentia mediorum major est, nimirum quo & refractio est major. Hinc in progressu cujusvis radii per atmosphæram, per quam idem radius perpetuo incurvatur, debet perpetuo aliqua ejus pars separari, & reflecti; cumque in omnibus directionibus ad diversas superficies radii adveniant, in omnibus pariter directionibus pars aliqua luminis reflectetur ab atmosphæra ipsa. Augebunt autem hanc luminis reflexi copiam vapores, si qui adsunt, ut in atmosphæra nostra cœlo licet sereno adsunt semper haud ita pauci, qui rectum iter radiis abrumpant, eosque per reflexionem, & vero etiam per refractionem detorqueant in omnes plagas.

103. Hinc autem necessario consequuntur plura, quæ singula evolvemus. Primo quidem ea pars ejusmodi atmosphæræ, quæ a solis radiis illuminatur, debet apparere illuminata etiam ipsa magis, vel minus pro majore, vel minore copia luminis reflexi; atque id semper sed multo magis, ubi ipse sol delitescit, & immediate videri non potest. Sic nos nostram atmosphæram etiam interdiu, & cœlo prorsus sereno non nigram videmus, sed ad summum cæruleam, plerumque autem subalbicantem, quæ multo magis lucida, & instar cujusdam stellæ nobis apparet, si e conclavi tenebricoso foramen exiguum in fenestra factum aspiciamus, licet obversum aeri libero, non objectis terrestribus a sole illuminatis. Ac primo vespere, vel summo mane aer soli non nimis alte sub horizontem demerso proximus apparet lucidissimus, idque ita, ut stellarum etiam primæ magnitudinis lumen prorsus obtundat, nec eas videri sinat. Quamobrem ubi sol post lunam latet in eclipsibus, videri quidem deberet ex hoc capite circa lunam, annulus quidam lunæ concentricus, & eo minus lucidus, quo a lunæ limbo recedit magis, sed videri etiam deberet perpetuo circa limbum lunæ lucidum extans atmosphæra, & aliquo perfusa lumine, quæ se hinc & inde ultra ipsa cornua protenderet, quo radii pertingunt interjacentes inter eos, qui tangunt superficiem lunæ, & eos, qui tangunt superficiem atmosphæræ supremam. Id quidem omnino videret, qui terram e luna prospiceret.

104. Præterea hæc eadem reflexio radiorum perfundere debet lumine illa etiam loca, quæ immediato solis radio non exponuntur. Id quidem perpetuo experimur, cum per exiguas quoque fenestras lumen atmosphæræ excipimus, etiam ubi solis radii directi, vel reflexi ab aliis terræ partibus per eam fenestram nequaquam subeunt. Sic in celeberrima Agrippæ mole, quam Pantheon dicimus, lumen habemus admodum clarum, etiam ubi nubes aliqua fenestram illam obumbrat, quæ sola in summo fornice atmosphæræ radiis ingressum præbet. Umbras autem in apertis campis, seu montium, sive nubium dum aspicimus, parum admodum obscuriores videmus reliquo camporum tractu directis solis radiis illustrato, tanta est vis radiorum luminis ab omni atmosphæra reflexi, & ipsos illustrantis campos. Id vero multo magis apparet summo mane, vel primo vespere. Ubi nimirum sol parum admodum supra horizontem elevatur, & summi tantummodo montes illuminantur a sole, cœlo etiam sereno ægre admodum discernimus partem illustratam radiis directis a reliqua jam obumbrata, & quidem sæpe ne ægre quidem. Sole autem

ſub horizontem depreſſo, adhuc per univerſam terræ a nobis viſæ ſuperficiem tantum luminis diffunditur, ut qui ipſum ſolem, vel editiorem montem illuminatum non videt, occaſum ſolis ſentire non poſſit, ſed lumen ipſum ſuperficiei terreſtris paulatim per quoſdam gradus decreſcat, & a lumine meridiano ad noctem fiat tranſitus per gradus quoſdam continuos perdurantes ſine ullo notabili ſaltu poſt ipſum ſolis occaſum per totum crepuſculum, per quod in nocturnas tenebras paulatim deſinitur.

105. Atque id quidem & provenit ab eo lumine, quod atmoſphæra reflectit, ut diximus, & a defectu directi luminis, quod atmoſphæra ipſa ſurripit. Nam ubi radius ſummo mane, vel primo veſpere, ſole extante ſupra horizontem, percurrit ingentem ipſius atmoſphæræ tractum, ingens ejuſdem radii pars detorquetur, & admodum exigua ad ſuperficiem terræ pertingit. In minore etiam radii tractu per atmoſphæram, videmus ſemper, quanta luminis pars intercidat, cum cœlo quoque ſereno remotiora objecta oculos noſtros effugiant, & ſummorum etiam montium vertices, ſine nulla concretione nubium, aut nebulæ, ſolis vaporibus interjectis deliteſcant. Fixas, & planetas in ipſo exortu, vel occaſu ſæpe videre non poſſumus ſine ullis nubibus, & quidem minores Fixas prope horizontem videmus nullas. Solem vero ſereno etiam cœlo orientem, vel occidentem nudo oculo ſæpe impune intuemur, quem in meridie ſine gravi damno videre non poſſumus. Hinc nimirum illa luminis diurni major etiam cum nocturnis tenebris per crepuſculum intermedium quædam veluti non interrupta continuatio.

106. Idem igitur & in luna ſi noſtræ ſimilem atmoſphæram haberet intueremur. Nimirum umbræ montium lunarium potiſſimum prope margines incertæ deberent eſſe, & multo perfuſæ lumine, ac parum admodum a partium directo radio illuſtratarum luce diſcreparent. Partes illæ, quæ ſoli directæ ſubjacent, multo clariores deberent eſſe, quam quæ verſus margines hemiſphærii illuſtrati jacent in ipſo limite inter umbram & lucem, quem limitem nos intra lunæ diſcum intuemur ellipticum; idem vero limes admodum incertus deberet eſſe, & confuſus, tranſitu quodam a luce clara ad obſcuras tenebras non abrupto; ſed per pallorem intermedium quodammodo veluti continuato, ab intervallum continuationis ipſius eo longius deberet eſſe, quo altior atmoſphæra crepuſculum magis produceret. Ubi autem utrumque ſimul accideret, ut partes quædam eſſent & in limite illuminationis, & prope margines diſci a nobis viſi, ibi maxime confuſæ deberent apparere ſuperficiei lunaris partes, magna intercepta vi luminis tum eo deſtinati ante appulſum, tum inde remiſſi poſt reflexionem, ex quibus binis capitibus eæ partes, deberent obſcuriores apparere, ſed luminis vim ſupplentibus radiis ab atmoſphæra ipſa ad oculos noſtros detortis, naſceretur confuſio illa, & earum tranſpectus, ut remotiſſimarum regionum ex editiſſimo monte proſpectarum hic apud nos, velut trans nebulam. Ac id quidem circa diſci marginem contingeret circumquaque prope plenilunia, & in quavis phaſi circa cornua, quæ marginis confuſio cum illo ſolius atmoſphæræ extantis lumine pariter veluti continuaretur, & ſenſim evaneſceret. Ubi vero ſtellæ fixæ, ac planetæ poſt lunam immerguntur, deberet apparere maximum diſcrimen in lumine partis proximæ limbo lunæ a lumine remotioris. Ac in ſolis defectibus lunæ margo deberet apparere incertus, & lumen ſolis admodum diverſum in ea diſtantia a limbo lunæ, in qua atmoſphæram effugeret, ab ea, in qua intra ipſam demerſus appareret.

107. Et quidem ex hujuſmodi cauſa cometas, quorum atmoſphæræ altiſſimæ ſunt, confuſos admodum videmus circa mar-

gines, eorumque nucleum ut caligine quadam perpetua involutum aspicimus, ac in iis phases nullas observamus, non quod, ut nonnulli suspicantur, pellucidi ex parte sint ipsi nuclei, sed quod tam immanis atmosphæra vividissimum, ac perpetuum ubique crepusculum pariat, nullo sensibili discrimine inter noctem, & diem in ipsa nuclei superficie, ac multo minore respectu oculi longe positi, cui lumen ab ipsa atmosphæra reflexum cum nuclei lumine conjunctum discrimen minuit multo etiam magis; quæ quidem causa & existit, & reliquis naturæ phænomenis prorsus consentit. Planetarum humiliores atmosphæræ minorem effectum parere debent: at si quis Tellurem nostram e luna prospiceret, profecto dilutas admodum videret, vel etiam omnino discernere nequaquam posset vallium, & montium umbras, confusum videret, ac incertum limitem inter umbram nocturnam, ac diurnum lumen, marginem disci videret admodum confusum, & cum atmosphæræ extantis lumine fere continuatum. Idem & in Mercurii, ac Veneris phasibus, & in Martis gibba observaremus, nisi ea esset eorum distantia, ut totus ille crepuscularis tractus, ac atmosphæræ extantis supra limbum procursus, plus æquo contractus minus quam per unicum minutum secundum protenderetur. Tanta vero difficultas in maculis detegendis tam in iis, quam in Jove, & Saturno, quarum nullæ in aliis huc usque deprehensæ sunt, in aliis deprehenduntur quidem, sed plerumque variabiles, adeoque in ipsa atmosphæra fortasse nubium more innatantes, & circa medium discum facillime, cum iis, quæ dicta sunt prorsus consentiunt.

108. Demum reflexio illa luminis ab atmosphæræ particulis facta alium etiam effectum parit, qui ad Fixarum stellarum, planetarumque occultationem post lunam pertinet. In progressu radii per atmosphæram semper major pars violacei luminis, ac reliquorum magis refrangibilium reflectitur, quam rubei, & reliquorum refrangibilium minus. Notissima est luminis proprietas a Newtono detecta, qua radius dum in medio homogeneo progreditur, perpetuo per æqualia spatiorum intervalla binas oppositas dispositiones mutat, cum quarum altera si deveniat ad superficiem facilius transmittitur, cum altera facilius reflectitur, quas ille appellavit vices facilioris transmissus, & facilioris reflexionis; ac demonstravit, vicium ipsarum intervalla in radiis magis refrangibilibus minora esse, ac pariter minora, ubi idem radius id medium subiit propior rectæ perpendiculari ad superficiem ejusdem medii. Quoniam igitur particula luminis, quæ vaporis globum ingressa est, ut reflecti possit in superficie ulteriore, in vice facilioris reflexionis esse debet; qui globulus ejusmodi habet diametrum, ut æquetur unico intervallo inter binas dispositiones oppositas radii violacei, is quidem reflectet radios violaceos per diametrum ingressos, & radios rubeos nullos prorsus reflectet. Nam nec ii, qui per diametrum tendent, nec ii, qui oblique subibunt, vicem mutare poterunt, cum ipsorum ingredientium ad perpendiculum ejusmodi intervallum sit diametro illa longius, & multo magis intervalla eorundem ingredientium oblique, quæ longiora adhuc sunt, longiora erunt chordis diametro ipsa minoribus. Perstabunt igitur omnes in vice facilioris transmissus, nec reflectentur. Contra vero qui globulus rubei radii per diametrum permeantis vicem semel mutat, mutabit is quidem ibi fere bis vicem violaceorum, quorum plurimos transmitti sinet, ut in minoribus chordis plurium itidem violaceorum vicem mutabit semel tantummodo, & eos reflectet. Unde fit, ut quicunque vapores rubeis reflectendis radiis sunt pares, etiam violaceos possint reflectere, multi vero violaceos quidem reflectant plures, rubeos autem omnes transmittant.

109. Inde illud consequitur, quod quotidiana experientia comprobat, ubi lumen ingentem atmosphæræ tractum percurrat, multo plures violaceos radios reflecti, quam rubeos. Hinc nimirum, ut Newtonus ipse notavit, cæruleus est nobis sereni cœli color: hinc solis radius interdiu, dum non ita ingentem atmosphæræ tractum percurrit, non quidem ingenti, sed tamen aliqua violaceorum radiorum parte deposita, aureus apparet, eoque magis, quo pluribus cœlum vaporibus obruitur: at primo mane, vel summo vespere ante exortum solis, vel post occasum, ubi solis radii longissimam viam ab ingressu in atmosphæram ad terræ contactum percurrunt, & alium itidem satis longum ab eo contactu ad nubes ex adverso positas, nubes ipsæ rubescunt, multo majore violaceorum, antequam eo radius deveniat, quam rubeorum reflexa copia, qui rubor cœlo admodum vaporoso quandoque habetur summus, sole etiam supra horizontem elevato nonnihil, & solem ipsum, ut etiam lunam, ac reliquos planetas, imo etiam Fixas directe intuentibus imbuit. Ac eadem sane præcipua ratio est coloris plerumque rubei lunæ in totalibus eclipsibus illustratæ radiis duplum per atmosphæram terrestrem conficientibus iter ab ingressu ad contactum, & a contactu ad egressum.

110. Accedit autem & altera ruboris per atmosphæram contracti causa, quæ & lunæ in eclipsibus illustratæ ruborem auget. Ex omnibus nimirum radiis, qui in atmosphæram supra globum opacum extantem ad latera incidunt, violacei refringuntur magis, quam rubei. Quare cum is, qui summam atmosphæram perradit, rectus abeat, is, qui nucleum contingit, maxime omnium refringatur, & inter eos reliqui omnes post refractionem interjaceant; per majus spatium diffunduntur violacei omnes, quam rubei, ac proinde rubei, densiores nimirum, præ-

prævalere debent in toto refracto lumine, & objecta perfusa iis radiis ruborem aliquem contrahent.

111. Hinc igitur & stellæ fixæ, ac planetæ paulo ante, quam immergantur in lunam, & postquam ex ipsa emerserint, rubore aliquo perfundi debent, si luna atmosphæram habet, quam radii, dum ad oculum deferuntur, percurrant.

112. Hæc quidem ad reflexionem radiorum pertinentia deduximus. Illud est reliquum, ut notemus, in atmosphæra nostræ simili & nubes oriri debere, ac pluvias, & nives. Porro nubes ipsæ debent plurimum sane immutare apparentem nuclei superficiem, & macularum situm. Omnino enim patet, telluris faciem spectanti e luna longe aliter apparere debere sereno cœlo, quam nubibus obruto. Sæpe enim per plura etiam milliariorum millia, ut per universam simul Europam, cœlum omne densissimis obruitur nubibus, quod alias ubique serenum est. Eo casu, quo nubibus occupatur is tractus, debet apparere uniformis, vel saltem longe alterius formæ ab ea, qua cernitur, ubi per aerem serenum transpiciuntur hinc maria, inde campi vallesque, & montes editi, ac totum superficiei discrimen illud constans, quod solis radios inæqualiter excipit, ac reflectit. Pariter ubi per hyemem universa zona frigida, & magna temperatæ pars nivibus candet, longe majorem sane vim luminis debet reflectere, quam ubi per æstatem virore quodam obscuro horrent sylvæ, & vallium anfractus, ac rupes obscuriorum montium, & ipsi campi nigrescunt.

113. Huc usque contemplati sumus, quid secum trahat sive fluidum homogeneum, sive atmosphæra nostræ similis lunæ circumfusa. Nunc vero id ipsum cum phænomenis jam conferendum, ut innotescat, num revera ullum circa lunam habeatur fluidum, & si quod habetur, cujusmodi id demum sit. In primis autem, ut ordiamur a superficie globi lunæ opaci, nos arbi-

tramur esse admodum verosimile, globo ipsi circumquaque affusum esse fluidum quoddam nostris potius aquis simile, quam aeri, homogeneum, certa superficie terminatum, & multo magis pellucidum quam ipsa maria hic apud nos, quod inæqualitates, & montes lunaris nuclei excedat vel omnes, ut potius arbitramur, vel fere omnes. En autem quid in eam nos sententiam adducat.

114. In primis lunam per telescopia intuentibus nondum plenam, semper in limite illuminationis apparet ingens quædam inæqualitas, perpetuis flexibus, & cavitatibus sinuata, atque etiam plurimis in locis abrumpitur limes ipse ita, ut quandoque apices illuminati intra obscuram partem immersi appareant etiam per $\frac{1}{16}$ lunaris diametri, sive per 2 minuta circuli maximi, ut Ricciolius testatur Almagesti lib. 4. cap. 8.. Et ea quidem inæqualitas habetur ubique in tota facie lunæ nobis obversa, quam a novilunio ad plenilunium totam percurrit limes ille inter partem illustratam & obscuram, præter exiguos tractus macularum illarum ampliorum, quæ astronomi appellant maria, & in quibus adhuc ubique inæqualitates conspiciuntur. Extenditur autem inæqualitas ipsa usque ad extremum marginem limitis illius, sive usque ad ipsa cornua, & nos quidem hujus ipsius mensis Julii anni 1735, quo scribimus, die 3, cum adhuc cornua essent admodum acuta, & in ipso crepusculo tota etiam obscura lunæ facies satis distincta appareret secundario lumine, vidimus telescopio palmorum 20 admodum egregio, cujus objectivum vitrum ab ipso Hugenio perfectum, ac perpolitum fuit, & plurimis aliis ostendimus prope australe cornu apicem illustratum satis vividum, non ita exiguo intervallo disjunctum a reliquo disci illuminati margine, cum quo vix, aut ne vix quidem dubio quodam lucis veluti filo tenuissimo connectebatur, atque erat in ipso margine disci a nobis visi. Semper autem alias prope cornua ipsa inæqualitates satis magnas lucis, & umbræ vidimus pariter usque ad marginem postremum disci prope limitem illuminationis, & in ipso margine lunæ limbum ibidem veluti dentatum, sæpe vero apices in ipso margine disci penitus, vel fere penitus disjunctos ab ipso illuminato arcu, seu ab ipso angulo, vel cornu. Ex alia parte nunquam nobis contigit, ut longioribus etiam telescopiis ullam ejusmodi inæqualitatem notare possemus circa medium arcum limbi disci illuminati, & in partibus ab extremo cornu remotioribus, quo solis radii minus oblique deferuntur, & umbras sensibiles non projiciunt, ac potissimum paulo ante primam quadraturam, & deinde post ipsam, vel post plenilunium usque ad alteram quadraturam, & aliquanto post ipsam, semper totus limbus disci in majore a cornibus distantia terminatissimus nobis apparuit, ac æqualissimus. Quin immo quoniam cornuum locus perpetuo fere mutatur; in iis ipsis locis, in quibus, cum erant alteri cornu proxima, apparebant inæqualitates, nulla, cum ab iis remotiores sunt, æqualitas jam apparuit. Pariter cum jam toties solares eclipses observaverimus, nunquam nobis in id quidem intentis contigit, ut ullam in lunæ limbo inæqualitatem videremus, aut asperitatem ullam stabilem, ac permanentem. Nam undas quandoque in solari potissimum imagine vidimus, ut etiam in ipso sole directe spectato, quas tamen diligentius contemplati invenimus semper pendentes ab atmosphæræ terrestris tremore; erant enim & variabiles, & inconstantes, ac iis simillimæ, quæ habebantur pariter in limbo solis a luna remoto, ob aeris nostri tremorem nonnihil agitati.

115. Nec id nobis tantummodo contigit. Jam ab ipso telescopiorum exordio idem Galilæus notavit, ac in Nuncio sidereo protulit. Affirmat enim, in crescenti luna extremam circumferentiam, quæ occasum versus spectat, in decrescenti vero alteram circumferentiam orientalem, ac in plenilunio totam peri-

pheriam non inæqualem, asperam, & sinuosam, verum exacte rotundam, & circinatam, nullisque tumoribus, aut cavitatibus obnoxiam conspici. At Monnierius in historia cœlesti refert observationem solaris eclipsis Parisiis habitam ab Hugenio, & Robervallio anno 1666. In ea notatur, lunæ marginem fuisse semper exacte rotundum, quin ulla oriri posset suspicio licet minima aut inæqualitatis, aut atmosphæræ apparentis.

116. Sed multo etiam nos movet magis silentium fere generale de inæqualitatibus lunaris limbi in tanta Astronomicarum observationum copia, quæ ubique occurrit. Quam multæ ubique prostant solis, ac lunæ eclipses, fixarum stellarum immersiones, ac emersiones diligentissime & observatæ, & descriptæ; quarum nos quidem hac occasione quam plurimas & in publicis Academiarum actis, & in privatis Astronomorum monumentis prostantes consuluimus, in quibus nulla mentio de asperitate observata in limbo lunæ. In iis autem omnibus diligentissime observari debuit limbus, & ejusmodi phænomenum, si quod extitisset, haud quidem effugisset oculos Astronomorum, nec si observatum fuisset, silentio quisquam præteriisset. Id autem potissimum notari debuisset aliquando in immersione planetarum in obscurum lunæ limbum, vel emersione, quæ nimirum longioribus telescopiis observari solent, totum planetæ discum exhibentibus, ubi si quis apex lunaris limbi incurrisset uspiam in discum planetæ occultati ex parte, is oculos in tam exiguo illo spatiolo non effugisset.

117. At nobis quidem nihil uspiam occurrit in planetarum immersionibus, ac emersionibus huc pertinens in tam multis, quas legimus diligentissime observatas. In limbo autem lunæ extra hosce casus, ut in eclipsibus solis, & lunæ tam exiguus asperitatum observatarum numerus sese obtulit, ut ipsa earum paucitas in nostra nos sententia mirum in modum confirmet. Ricciolius

Almagesti lib. 4. cap. 8. affirmat in pleniluniis quidem, in quibus luna insignem latitudinem obtinet limbum ejus eximio telescopio spectatum apparere asperatum & scabrum, seu in modum serræ denticulatum. Id autem ait contingere boreali limbo, si latitudo lunæ sit Australis, Austrino, si Borealis. Extra plenilunia vero limbum lunæ orientalem, & occidentalem raro quidem, sed aliquando optimis telescopiis inspectum videri asperum, & inæqualem. Idem Evelium quoque, & Keplerum notasse affirmat, contrarium vero Galilæum. Idem autem Ricciolius & rationem assignat raræ illius asperitatis extra plenilunia, addens id contingere *ob partes in illis protuberantes*, quam paulo infra aliunde repetendam esse ostendemus.

118. In plenilunio quidem videri sæpe inæqualitates in limbo lunæ telescopiis 7, vel 8 pedum, & cuspides quasdam, affirmat etiam Maraldus, ubi in Commentariis Acad. Parisiensis ad annum 1724 eclipsim lunæ anni ejusdem a se observatam refert, ac Cassinus De Thury, qui eandem ibidem observabat eclipsim, unam ex iis recenset exhibentem triangulum æquilaterum, quam ultra tres leucas elevari censuit.

119. In eclipsibus quoque solis aliquando quidem, sed rarissime occurrit ejusmodi inæqualitatum mentio. In Actis Lipsiensibus ad annum 1706 refertur observatio totalis solaris eclipseos 6 Maji habita Wratislaviæ a P. Christophoro Heinrichio, qui refert apparuisse inæqualitatem superficiei lunaris, sed præcipue sub initium luminis apparuisse montes, & valles lunares intermicantibus solis particulis. Hirius vero in observatione ejusdem solaris deliquii in Commentariis Acad. Parisiensis ad eundem annum 1706, affirmat sub finem eclipsis apparuisse in limbo lunæ binas exiguas undas, vel eminentias. Dominicus Cassinus in alia observatorii parte testatur, se in fine ejusdem eclipseos vidisse limbum inæ-

qualem, & asperum cuspidibus, quarum una reliquis major remanserit in sole diutius, quam reliquus limbus. Hirius pariter ad annum 1710 affirmat in observatione eclipsis ejus anni, locum, in quo luna solem relinquebat, observatum esse nonnihil inæqualem, quod alias etiam notatum sit, ac ad annum 1715 sub finem eclipseos limbum lunæ visum inæqualem.

120. At quod ad inæqualitates pertinet observatas in pleniluniis, cum eæ juxta Ricciolanam observationem pendeant a positione lunæ ad solem, pendent enim a positione ad eclipticam, umbris potius tribuendæ sunt cuspidum non in extrema superficie extantium, sed fluido quodam demersarum, ut paulo infra ostendemus, quibus & reliquas in luna clara observatas tribui posse constabit. Quod vero pertinet ad inæqualitates observatas in obscuro lunæ limbo infra solem, patebit pariter paulo infra, quo pacto in nostra sententia explicari possint. Sed interea notamus illud: in primis illum ipsum lunæ limbum fuisse in sole in Wratislaviensi observatione post initium luminis, in Parisiensibus ante finem eclipseos. Nam eclipsis anni 1706 Wratislaviæ totalis fuit, & Parisiis anni 1706, ac 1725 fere totalis, & tamen illæ inæqualitates Wratislaviæ sub initium, Parisiis sub finem tantummodo conspectæ sunt. Deinde in eadem illa eclipsi anni 1706 Cassinus vidit limbum inæqualem, plures cuspides, & unam reliquis majorem, Hirius binas tantum undas, vel eminentias, & eorum filii coram Rege, ac universa aula nihil ejusmodi sibi visum narrant. Anno vero 1515 Hirius in observatorio ejusmodi inæqualitates vidit, eandem eclipsim in exigua distantia Cassinus coram universa aula observans, eandem in locis proximis Isleus, eandem Maraldus, qui singuli suas observationes referunt nihil ejusmodi a se compertum, observatumque prodiderunt, licet telesco-

piis æque bonis, & vel ejusdem, vel majoris etiam longitudinis sint usi.

121. Erunt fortasse alibi aliquæ ejusmodi inæqualitatum observationes nobis incognitæ: at nos hoc pacto ratiocinamur. Quotiescunque intuemur lunam non plenam, semper universum limitem illuminationis videmus penitus scabrum, & umbras usque ad extrema cornua limitem ipsum interrumpentes, librationis autem vi partes eæ tam inæquales, quæ intra discum fuerant, in limbum abeunt. Limbus igitur ipse lunaris globi a nobis visus & ipse totus est asper, & tamen in tanta observationum multitudine nunquam inæqualis apparuit, ac in perquam exiguo numero observationum in certis tantummodo circumstantiis, in quibus, ut videbimus, ea ipsa apparentia alteri causæ facile tribuitur, aliqua inæqualitas visa est, quæ ibidem etiam ante, vel post videri debuisset.

122. Accedit illud, quod est maxime considerandum: in tam multis observationibus occultationum Fixarum utcunque oblique subeuntium lunæ limbum, numquam occurrit observatio ejusmodi, in qua paulo post immersionem emerserit Fixa, & iterum immersa sit. Id autem omnino contigisset, nec ita raro, si in extremo disci nobis apparentis limbo adessent hiatus aliqui, per quos pateret transpectus. Tractus illi, qui intra partem lunæ obscuram in aliqua distantia a parte illuminata apparent intra lunæ discum, lumen recipiunt trans hiatum, & inter cuspides citeriores. Idem omnino & in occultatione stellarum contingeret, nec ita raro, ubi satis obliquæ subeunt, & tamen nunquam nobis ejusmodi observatio occurrit, quæ potissimum, ubi tanta Plejadum multitudo occultatur, occurrere omnino debuisset.

123. Hæc difficultas & Galilæum permovit jam tum in ipso lunarium inæqualitatum detectarum exordio, qui in Nuncio si-

dereo binas ejuſmodi difficultatis ſolutiones proponit, alteram petitam ex eo, quod varii montium ordines circa marginem alii poſt alios poſiti ſe mutuo impediant, & obtegant; alterum ex eo, quod atmoſphæra lunæ circa marginem non permittat tranſpectum extremarum partium, eo quod radius, qui marginem contingit, quem quidem radium in ſuo ſchemate rectum efformat, ut eſſet (*in Fig.* 6) *V B A* nimis longum iter *V B* per atmoſphæram percurrat.

124. Verum neutra Galilæi ſolutio ſatisfacit. Nam ſi diverſi ordines montium ita ſe impedirent, ut levem, & æqualem exhiberent limbum, iidem æqualem etiam exhiberent limitem illuminationis, vel non ita irregulariter inæqualem, ut perpetuo videmus cum ſæpe exiguus ſolitariarum cuſpidum, vel etiam longiorum tractuum numerus nullo certo ordine diſpoſitorum, intra umbram in ſatis magna diſtantia a parte illuſtrata diſtet, & hiatus plurimi appareant, per quos radii longe excurrant ultra ipſum limitem illuminationis. Si enim nobis in margine limbi tranſpectus pateret nullus trans hiatus, nec extaret ulla cuſpis, ne ibi quidem ſolis radiis tangentibus pateret tranſitus ad remotiores partes trans hiatus, nec extarent cuſpides, quæ multo ante quam humiliores partes illuſtrarentur a ſole. Si autem atmoſphæra adeſſet, quæ extremum nobis diſci limbum occultaret, limbus ipſe palleret plurimum, & ſenſim defineret in umbram, ac limes illuminationis quoque confuſus eſſet: utrumque autem diſtinctiſſime videmus, eodemque perfuſum lumine, quo medium diſcum. Sed quod rem omnem conficit, non videremus umbras & cuſpides illuſtratas uſque ad extremum limbi marginem prope cornua, ut videmus ſemper circa novilunia potiſſimum.

125.

125. Novimus ſane inæqualitates in limbo multo minores eſſe debere, quam ſint inæqualitates umbræ in limite illuminationis, radiis obliquis longius pertinentibus, ſive umbram projiciant, ſive cuſpides illuſtrent. At adhuc ejus magnitudinis eſſe debent, ut per teleſcopia obſervari omnino poſſint, ſi extent. Nam montes & Ricciolius ad novem etiam paſſuum millia evehi demonſtravit, & illam ſuam cuſpidem Caſſinus de Thury ultra tres leucas eduxit. Porro ejuſmodi altitudo ad 10 ſecunda circiter pertingit, quæ longioribus teleſcopiis videri omnino debent, & in fixarum ſtellarum immerſionibus, ac emerſionibus obliquis, idem illud contingeret, quod in radiis ſolis lunæ globum ſtringentibus, ut per hiatus iis pateret tranſpectus, & immerſio, vel emerſio duplex haberetur.

126. His omnibus bene perſpectis, videtur nobis res aliter explicari non poſſe, niſi, ſi lunam ambiat fluidum quoddam admodum pellucidum, in cujus ſuperficie leviſſima, appareant nobis umbrarum, & cuſpidum illuſtratarum inæqualitates omnes infra ipſum demerſæ, tanquam in leviſſima quadam depictæ tabula per refractionem, limbus autem ipſe fluidi a nobis viſus ſit leviſſimus, juxta ea, quæ num. 36. fuſe demonſtravimus. Inæqualitates omnes ibi, ut oſtendimus, videbuntur admodum diſtinctæ uſque ad extremum marginem, & tamen margo ipſe, tranſpectu impedito, erit prorſus æqualis, & levis; ſtellæ vero fixæ, & planetæ ab ipſo fluido occultabuntur, adeoque poſt immerſionem, vel ante emerſionem apparere non poterunt trans hiatus.

127. Fluidum hujuſmodi circumfuſum arbitramur potius, quam ſolidum, quia ſolidorum omnium ſuperficies, ut hic apud nos montium, & vallium, ſunt aſperæ, nec niſi multa arte adhibita levigantur ſolida, quamobrem illud nobis improbabile omnino videtur, tantam ſolidi orbis molem, ubique levem eſſe, &

æqualem. Fluidum autem, ſi nulla præterea ſit ſenſibilis atmoſphæra ſupra ipſum, ut infra ſtatuemus, nullis agitatum ventis, ſuperficiem habebit levem, & æquiſſimam, ac idem, & viventium genera permittet plurima intra ipſum in ſuperficie ſolidi globi ſe liberrime moventium quaquaverſus. Homogeneum autem potius arbitramur, ob noſtrorum marium analogiam, & ſimplicitatem naturæ. Si enim heterogeneum eſſet, ſed certa ſuperficie terminatum, & ibi ſatis denſius circumfuſo æthere eundem adhuc effectum præſtaret. Homogeneitas autem & perſpicuitati favet; cum in mutatione mediorum ſemper aliqua reflexio habeatur.

128. Porro ſi id fluidum omnes penitus editiſſimorum lunæ montium vertices tranſcendat, nullus unquam verus hiatus, nulla cuſpis vera habebitur in limbo diſci apparentis; ſi autem aliquæ tantummodo perquam exiguo numero extarent cuſpides alicubi, eæ exiguo illi inæqualitatum obſervatarum numero ſatisfacerent. At id quidem nobis omnino perſuaſum non eſt. Nam Caſſinianus ille mons potiſſimum in limbo Tychoni proximo, jacet in Auſtrali diſci parte, quam ſtellæ ſæpe oblique ſubeunt, quæ in ipſum aliquando incurriſſent, quod & de aliis inæqualitatibus plurimis dicendum eſt.

129. Cenſemus igitur ejuſmodi inæqualitates, quæ in lunæ illuſtratæ limbo ſunt obſervatæ, oriri ex umbris aſperitatum nuclei depictis in ſuperficie levi fluidi ipſius, juxta ea, quæ num. 36. expoſuimus. Umbræ ejuſmodi videri a nobis poſſunt, quotieſcunque ſol iis locis verticaliter non imminet ita, ut umbras pariat nullas, & quotieſcunque ſol ipſe, oculus noſter, & aſperitas illa non ſunt in eadem recta linea. Hoc ſecundum ubi non accidit, umbra reſpectu rectæ ad oculum tendentis oblique projicitur, & ad latus montis ſaltem a nobis videri poteſt. Nunquam autem id ipſum penitus accidit. Ubi enim ſol, terra, ac luna prorſus in di-

rectum jacent, habetur eclipſis lunæ. Semper igitur oblique reſpectu noſtri oculi montes illuſtrantur. Ea obliquitas multo eſt major in pleniluniis, in quibus luna inſignem obtinet latitudinem, quo caſu plures etiam gradus ſuperficiei a ſole non illuſtratæ, nobis apparent ex altero tantum latere, Boreali in uno caſu, Auſtrali in altero; unde fit, ut in ejuſmodi caſibus fere ſemper aſperitates ſe nobis objiciant juxta Ricciolianam obſervationem. Ubi autem ſol verticaliter imminet, umbræ, quæ nullæ ſunt, nullæ itidem in ſuprema ſuperficie fluidi videri poſſunt, quo vero obliquior eſt illuminatio, eo longiores ſunt umbræ ipſæ. Quamobrem ibi potiſſimum videri debent, ubi limbus diſci a nobis viſi proximus eſt limiti illuminationis per radios tangentes factæ, quod quidem ſemper accidit prope cornua, ſemper circumquaque in pleniluniis, vel prope ipſa, ac idcirco ibi potiſſimum obſervantur aſperitates. Et quidem Caſſiniana etiam illa cuſpis apparuit in ipſo plenilunio, nimirum ubi limbus diſci limiti illuminationis erat quam proximus. Prope autem ipſa plenilunia, etiam in Occidentali, & Orientali limbo & longiores ſunt umbræ, & hinc inde a medio arcu oblique jacent reſpectu oculi noſtri. Quare ſi aliquando longior quædam umbra ſatis oblique jaceat, & in ipſo limbo ſit, quæ combinatio eſt aliquanto rarior, videri poterit in ipſo limbo Occidentali, vel Orientali, ubi hiatus aliquis, vel inter binas umbras cuſpis apparebit.

130. Inæqualitates vero viſæ in lunæ diſco obſcuro intra ſolem tanto rariores, arbitramur ſane, tribuendas eſſe agitationi potius atmoſphæræ noſtræ, quæ parum abfuit, quin aliquando nobis etiam impoſuerit, qui re diligentius perſpecta errorem deprehendimus. Et quidem Wratislavienſes illos hiatus tam multa ei cauſæ jure tribuere poſſumus. In reliquis autem obſervationibus, quas produximus: huc illud revocandum, quod num. 120. nota-

vimus. In eclipsi anni 1706 sub finem Dominicus quidem Cassinus affirmat, marginem fuisse inæqualem, & habuisse cuspides acutas, unam potissimum reliquis majorem, quæ remansit in sole egressa luna: Hirius vero affirmat sibi in alia observatorii parte observanti visas in limbo lunæ binas exiguas undas, vel eminentias. Cassinus, & Hirius filii coram Rege in loco remotiore nihil ejusmodi viderunt. Unde hoc discrimen, & inter se, & a Wratislaviensi observatione, nisi inæqualitas illa a nostra atmosphæra producta est? Pariter anno 1715 Hirius solus vidit inæqualitates ejusmodi, ceteri Astronomi, qui plures recensentur in Commentariis ejusdem anni, nihil viderunt. Cur etiam ante finem eclipseos in eadem illa limbi parte visæ inæqualitates ipsæ non sunt?

131. Quod si quis adhuc velit, omnino standum esse auctoritati tantorum Astronomorum, poterit is rarum phænomenum tribuere potius alicui subitaneæ mutationi in ipsa solis atmosphæra factæ; poterit etiam in nostra sententia repetere phænomenum ab illo arcu *H h* (*Fig.* 7), in quo & annulum in totalibus solis eclipsibus videri debere diximus, de quo annulo jam agemus iterum, qui quidem arcus videtur illustratus ab oculo *A*. Quin immo magna solis parte extante in fine eclipseos supra rectam *b o*, illuminantur etiam partes citra *H*. Fieri potuit, ut partes aliquæ ejus arcus *H h* leviores, & ob scabritiem curvæ satis luminis per *B b* ad oculum *A* detorserint, ut etiam in ipsa solaris luminis præsentia videri possent, & umbris permixtæ inæqualitatem aliquam exhibuerint.

132. Hoc pacto theoria nostra admodum egregie satisfacit phænomenis omnibus, quæ circa lunares maculas, & inæqualitates observantur. Accedit autem & annulus ille, qui in eclipsibus solis observatur, qui quidem aliqua ex parte arcui illi ipsi *H h* tribui

potest, qua nimirum lunæ limbo est proximus, reliquo ampliore annuli tractu attributo atmosphæræ solari.

133. Annulum quemdam in eclipsibus solis totalibus videri circa lunam obscuram norunt jam omnes Astronomi. Keplerus ejusmodi annuli meminit Neapoli observati jam ab anno 1605. In eclipsi totali anni 1706 visus est Wratislaviæ P. Christophoro Heinrichio in observatione jam toties memorata circulus dubiæ lucis circa lunam Halonis instar, eodemque anno Wolfio Lipsiæ, licet totalis eclipsis non esset, sed superesset triens digiti e solis disco: adhuc tamen, circa totam lunam visus est annulus tenuis, pallidior lumine solis extante ultra ipsum. Pariter eodem anno in totali eclipsi visus est Tiguri Scleuzero tanquam aureus annulus, totali obscuritate per 4 minuta perdurante: Narbonæ Abbas Pech vidit annulum ipsum tanquam lucidum filum binis distinctum circulis concentricis pallidis: aliis Massiliæ, ut patet ex Historia, & Commentariis Acad. Parisiensis ejusdem anni, visus est unius digiti, ut aliis Montepessulano vividior quidem per unum digitum, sed languidior per 8 gradus conspectus est; Marsilio autem ut quædam densa radiorum corona Tarracone apparuit. Anno vero 1615 Equiti Louvilleo, ac Halleyo Londini est visus annulus, quorum observatio habetur in Commentariis Parisiensibus ad eundem annum, & latitudinem habere videbatur unius digiti, ac lunæ concentricus esse, sed interruptus, & radiis etiam ex eo prodeuntibus iis similibus, quibus Divorum imagines, quos Beatos dicimus, cingi solent. Ejusmodi autem radios etiam Cassinus Parisiis observavit eodem anno tanquam e sole erumpentes, licet eclipsis vix 11 digitos superaret. Addit Louvilleus, visos sibi quosdam radios etiam intra obscurum lunæ limbum irrumpentes, quos alibi affirmat etiam in medio lunæ disco visos, sibi autem tantummodo prope limbum, quos ipse fulgura fuisse putat in obscura lunæ facie

corruſcantia. Obſervatio tamen Londinenſis trans nebulam eſt facta, & caliginem Londini fere perpetuam. In eclipſi pariter anni 1724, quam& Pariſiis totalem viderunt, annulus a Maraldo coram Rege conſpectus, ut habetur in ejuſdem Academiæ Commentariis, videbatur ipſi trans nebulam initio quidem amplior ex parte Orientali, ut ex parte Occidentali ſub finem, adeoque ſoli potius quam lunæ concentricus. Idem autem Islæo Pariſiis lunæ concentricus videbatur, Caſſino vero verſus occidentem ipſum lumen multo longius diffundebatur.

134. Hæc ſatis videntur nobis ad ideam quamdam ejuſmodi obſervationum efformandam. Porro ejus cauſam jam olim Keplerus tum a ſolis, tum a lunæ atmoſphæra deſumendam cenſuit. Ricciolius Almageſti lib. 4. cap. 6. arbitratus eſt fieri poſſe, ut ſole illuſtrante pluſquam hemiſphærium lunare, nos partem viderémus illuſtratam ſolis centro averſam, in quo is quidem erravit omnino, cum ſine noſtro illo fluido, ſi qua lunæ pars a ſole illuſtrata noſtris oculis ſit conſpicua, debeat etiam ſolis punctum illuſtrans videri, adeoque eclipſis totalis non erit. Ubi vero circulus finiens hemiſphærium conſpicuum nobis ſit minor circulo finiente ſolis illuminationem, in atmoſphæram lunæ rejicit cauſam, quamquam deinde in eo etiam erret maxime, quod putet, quotieſcunque annulus videatur, non totalem eclipſim eſſe. Louvillæus autem loco adducto atmoſphæræ pariter lunari tribuit annulum ipſum, quem Isleus repetit ab eadem cauſa, ob quam circa circulos opacos annuli apparent illi ex diffractione orti, de quibus ſupra diximus num. 8., quorum etiam lumen, teſtatur ipſe in Commentariis Acad. Pariſ. ad annum 1715, ipſi Louvilleo viſum ſimile illi, quod Londini viderat. Hirius autem ad eundem annum 1715 expoſito ſoli globo aſpero lapideo ita, ut totum ſolem ipſum obtegeret, cum vidiſſet lumen in ejus limbo, id attribuit

radiis per aſperitates reflexis ex hemiſphærio illuminato in obſcurum.

135. At in primis, ne totus ſaltem ejuſmodi annulus tribuatur atmoſphæræ ſolari, illud vetat, quod obſervatus ſit ſæpe concentricus lunæ, ubi etiam in initio, vel in fine totalis obſcuritatis ſolis centrum a centro lunæ ſatis diſtat. Et quidem in eo lumine, quod in illa obſervatione Montiſpeſſulani ad 8 gradus extendebatur anno 1606, & in Caſſiniana coram Rege habita anno 1715 ad plures pariter gradus pertingebat, omnino diſcerni non poterat, an ſoli, an potius lunæ concentricum eſſet, cum limbus lunæ in altero extremo congruens cum limbo ſolis, in altero ab eo diſtaret non ultra ſemidigitum. At in vividiore illo, & arctiore lumine, quod in pluribus obſervationibus vidimus definitum amplitudine unius digiti, debuiſſet, ut notat Louvilleus, in altero margine eſſe duplo latior, quam in altero, quod admodum facile deprehenditur. Multo autem magis idem deprehendi debuit, ubi multo adhuc arctior eſt viſus annulus ipſe; evidentiſſime vero in Wolfiana Lipſienſi obſervatione anni 1706, in qua ipſe annulus omnino lunam cingebat, cum ſupra ipſum extaret pars ſolaris diſci. Maraldo quidem in eclipſi anni 1724, ut vidimus, ſoli potius quam lunæ concentricus videbatur annulus, at id quidem trans nebulam, & Isleo idem in eadem eclipſi lunæ potius concentricus eſt viſus.

136. Quærenda igitur cauſa, quæ ipſum annulum arctiorem exhibeat, & lunæ concentricum. Eam non poſſe repeti a radiorum diffractione arbitramur omnino certum, juxta ea, quæ a num. 9 ad 19 demonſtravimus. Ejus enim latitudo ita immenſam tenuitatem haberet juxta num. 15 & 16, ac lumen ita languidum juxta num. 17, ut ſenſum omnem prorſus effugeret juxta num. 18. Sed nec Hiriana illa toties repetita reflexio radiorum per ca-

vitates aſperi globi facta nobis ſatisfacit. Lumen enim ex ejusmodi repetitis reflexionibus debet eſſe admodum languidum, quod nimirum plurimis vicibus languidius erit, quam lumen partium lunæ integro ſolis radio illuſtratarum. Poſſet quidem alicubi a cavitatibus ipſis major colligi ejus copia ita, ut ſenſum percelleret, ſed tanto minus luminis alibi haberetur, nec generaliter cum exiguis tantummodo interruptionibus diſtribui poſſet circumquaque ita, ut viſu perciperetur. Accedit, quod ipſe annulus a multis, ut ſatis vividus deſcribitur, licet ſolari lumine multo languidior, & cœlum circa ſolem deliteſcentem adhuc tanta vi luminis imbutum, ut nullæ ſtellæ Fixæ in ea vicinia videri poſſent, quod exiguum illud lumen obruiſſet. Hinc nobis perſuaſum eſt, ipſum illum annulum, quem Hirius circa globum illum ſuum ſcabrum detexit, diffractioni potius radiorum tribuendum eſſe, ut & circuli Isleani annulum, in tam exigua ab oculo diſtantia ſenſibili.

137. Hiſce cauſis excluſis ad lunæ atmoſphæram multi confugiunt. At in primis tota illa extenſio luminis per plures gradus atmoſphæræ lunari tribui ſane non poteſt, cum ſingula milliaria hinc circiter ſub ſingulis minutis ſecundis videantur. Quin immo & unius digiti amplitudo, ſive trium fere minutorum, ſecum traheret altitudinem fere 180 milliariorum, nimis ſane immanem. Et fruſtra quidem Louvilleus in Commentariis Pariſienſibus ad annum 1715 recurrit ad pondus in lunam adeo minus pondere in terram, ex quo fiat, ut atmoſphæra illa multo altius aſſurgat. Si enim tantam adhuc reflecteret vim luminis, ut ſatis vividum lumen exhiberet, ubi adhuc tam clarum eſt cœlum, ut nullæ Fixæ ibidem videri poſſint; profecto videri deberet ſupra lunam aſſurgens in omnibus lunæ phaſibus, & ultra cornua longe, pro tanta nimirum altitudine excurrens juxta num. 103, nec poſſet vicino lunaris diſci lumine obrui, quo ſtellæ, ne tertiæ quidem, & quartæ magnitudinis obruuntur, potiſſimum prope cornua, & circa novilunia, circa quæ luna exiguo adhuc prædita lumine ita extat, ut crepuſculi, & vaporum vis ſecundarium lumen a terra reflexum, multo ſane languidius annuli, adeoque ejus atmoſphæræ lumine, nequaquam obruat. Quod ſi annulus ſit adhuc multo humilior, ut humiliorem eſſe illum, qui vividior apparet, paulo infra ſtatuemus, adhuc excurſus ejuſmodi annuli ultra cornua in reliquis lunæ phaſibus evitari non poteſt. Deinde ejusmodi atmoſphæra, ſi tantum luminis reflecteret, deberet ſane & refractionem parere juxta num. 102, quam tamen nullam eſſe ad ſenſum videbimus paulo infra, ubi ipſam lunæ atmoſphæram, ſatis validis argumentis excludemus.

138. Cum igitur ne a lunæ quidem atmoſphæra repeti poſſit ejus annuli cauſa, in noſtra vero ſententia apparere debeat juxta num. 43 annulus ex illo arcu *H h* oriundus (*in Fig.* 7) in *B b*, qui etiam interruptus videri debet ob umbras lunaris diſci, lumen autem habere ſatis vividum, æquale nimirum lumini lunæ a ſole illuſtratæ, quod in tanta obliquitate etiam vividius eſſe debet: huic omnino cauſæ tribuendus eſt arctior ille ipſe annulus, lunæ concentricus, quod hanc ipſam noſtram ſententiam fluidi lunam ambientis mirum in modum confirmat. Lumen illud amplius, & longe diffuſum per plures gradus tribuendum ducimus ſolari atmoſphæræ, quam exiſtere omnino docent ipſius ſolis maculæ, & zodiacale lumen, & quam in tanta ſolis vicinia tanto craſſiorem videri tum debere, evincit lumen ipſum zodiacale, quod in tanta a ſole diſtantia tanto tenuius, & horizonti proximum deprehenditur ſub finem veſpertini, vel ſub initium matutini crepuſculi. Radios illos circumquaque erumpentes, arbitramur, tribui poſſe vel oculorum noſtrorum illuſioni, ut circa lumen candelæ

radios videmus oblongos, vel refractionibus, & reflexionibus nostræ atmosphæræ, quibus sane causis tribui debet totum discrimen, quod in eadem eclipsi contemplanda se in diversis observationibus exhibuit. Fieri posset, ut in atmosphæra etiam solari ampliores ignes, & magnitudini macularum respondentes accenderentur, vel vapores dispositi crassiores, & nondum in maculas concreti radios quosdam exhiberent a sole illustrati. Illas autem irradiationes intra lunæ discum obscurum, quas Louvilleus limbo proximas se observasse testatur, Hirius radiis tribuit reflexis per cavitates illas suas, & asperitates ab hemisphærio lunæ illustrato, quam explicationem, nos quoque amplecti possumus juxta num. 45; cum fieri possit, ut lumen velut in focis quibusdam, & causticis collectum, in oculos incurrat, & ob celerem lunæ motum, mutata positione partium ad solem, brevissimo perduret tempore. Sed arbitramur omnino illud idem tribuendum esse potius ignibus atmosphæræ nostræ, vel cuidam oculorum, in vaporoso maxime cœlo, illusioni, potissimum cum eas irradiationes Louvilleus circa limbum tantummodo viderit, alii per Angliam ipso teste etiam in medio disco, in aliis autem eclipsibus totalibus pluribus aliis in locis diligentissime observatis nulla earundem irradiationum mentio occurrat. Nam qui eos & Louvilleus, & Wolfius, ac alii possint arbitrari esse fulgura lunaris atmosphæræ, nequaquam sane intelligimus. Satis erit considerare, quæ in tanta distantia apparens diameter esse debeat fulgurationum ipsarum, ubi integra milliaria sub singulis minutis secundis conspicimus, & qui languor luminis, cujus intensitas decrescit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Præterquam quod, nullam in luna atmosphæram esse, quæ nubes pariat, & fulgurationes gignat, patebit paulo infra.

139. Illud unum huic nostræ sententiæ de annuli causa videtur officere, quod num. 65 demonstravimus; nimirum amplitudinem annuli secum trahere etiam illuminationem superficiei lunaris hemisphærio multo majorem, nempe (*in Fig.* 7.) usque ad H, ita ut sit mH media inter amplitudinem annuli, & quartam partem lunaris diametri. Si amplitudo annuli sit unius digiti, sive $\frac{1}{21}$ diametri ea ducta in $\frac{1}{4}$ habetur $\frac{1}{48}$, cujus radix fere $\frac{1}{7}$ exhibet spatium mH, quod ita amplum esset, ut omnino observari deberet, nudo etiam oculo atque inermi. At ejusmodi excursus partis illustratæ ultra hemisphærium non observatur. Si enim alterum micrometri filum traducatur prope novilunia per cornua, alterum autem limbum lucidum contingat, tum illud per cornua transeat, hoc obscurum limbum perradat; haud magna inæqualitas deprehenditur, quod & quandoque experti sumus. Hinc annulum ipsum, qui huic nostro fluido tribuendus sit, multo arctiorem esse, necesse est. Eum quidem obtecto jam sole & radii intra oculos aberrantes, & nebula in Londinensibus observationibus anni 1706, ac in Parisiensibus anni 1724 debuerunt extendere, ut tanto amplior appareret; nam Wolfio quidem Lipsiæ, extante sole adeoque erraticis radiis repressis, multo tenuior est visus triente illo extantis solaris digiti, quod & aliis accidisse, licet sole penitus obtecto, patet ex num. 133, quibus instar fili tenuis apparuit. Et quidem in hac nos sententia confirmat & illud, quod interruptum observaverit Louvilleus ipse, & interruptionem lunæ montibus tribuerit, qui quidem montes vix sub angulo 10″ apparere possunt, ac quod ipsum annulum omnino similem censuerit annulo a diffractione radiorum orto circa circulum opacum, & ab Isleo sibi ostensum, qui quidem annulus juxta num. 15 tenuissimus esse debet, nec nisi ab erraticis radiis augeri potest.

140. Ceterum ipsa lunaris globi asperitas non permittit, ut satis accurate determinetur, quanta pars superficiei illustretur. Ita incertus est limes illuminationis, ut inæqualitates etiam ad $\frac{1}{16}$ partem diametri lunaris se extendant, sive ad 2 minuta, quin etiam ulterius etiam procurrant, & ob eandem causam nec extremi cornuum apices satis definiri unquam possunt, & qui solis distantiam per dichotomiam lunæ quæsierunt, eam triplo saltem minorem vera deprehenderunt, quod omnino provenire debet a scabritie lunaris globi, & a forma etiam faciei circa medium discum nobis obversum, qua fit, ut limes ibi rectilineus appareat multo ante, quam deberet in prima quadratura, & post in secunda. Nam dichotomiam, quæ a rectilineo limitis ductu desumitur, nihil ad sensum turbari a nostro fluido, patet ex num. 64, nihil etiam e lunæ atmosphæra, siqua esset, ex num. 101. Unde illud quoque colligitur, maxime hallucinatum esse Vendelinum, quem Ricciolius Almagesti lib. 4. cap. 6. affirmat arbitratum esse, a lunæ atmosphæra pendere errorem, qui in dichotomia ipsa observanda committitur.

141. Jure igitur assumere possumus illud, excessum partis illustratæ supra singulos quadrantes, sive (*in Fig.* 7.) arcum mH, deprehendi non posse, si etiam ultra 1′ aliquando excurrat. Cumque quarta pars diametri 8′ sit ad ipsum, ut ipsum ad annuli amplitudinem, erit ea secundorum 8, vel 10, quæ nimirum Wolfio, atque aliis tam tenuis apparuit, & illi quidem uno minuto tanto minor. Ceterum amplitudinem annuli ipsam augere potest etiam reflexio radiorum appellentium ibidem ad Bb, quorum aliqui introrsum detorquentur & illustrant limbum ultra H, sed ea reflexio & nimis tenuis esse debet, & arcum quoque mH æque augere. Verum de ipso annulo certius aliquid constabit, si in ejus dimensiones non nudo oculo, & incerta æstimatione, sed per

telescopia micrometro instructa inquisitum fuerit, & diligentius arctior annulus ab ampliore, & longius diffuso atmosphæræ solaris lumine distinguatur, quod proxime sequenti Octobri mense per ingentem Lusitaniæ, & Hispaniæ tractum præstari poterit, ubi eclipsis solis totalis habebitur sub ejus mensis finem. Ibi autem & illud observandum esset, utrum annulus lunæ concentricus post totalem immersionem augeat diametrum apparentem lunæ observatam medio disco solis obtecto, an minuat; nam & hæc nostra causa, & illa ab Hirio proposita, & vero etiam ea, quæ a diffractione luminis petitur, debet eam minuere; quæ vero a solis, vel lunæ atmosphæra, augeret.

142. Quoniam montium lunarium altitudo perpendicularis 9 miliaria non superat, satis est si fluidum nostrum per 10″ assurgat a lunæ limbo, ut omnes montes transcendat. Hinc si (*in Fig.* 7.) mH subtendat unum minutum, erit bm ad mH, ut 1 ad 6, & Hb ad Hm, sive radius ad sinum anguli Hbm, vel sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, ut $\sqrt{37}$ ad 6, sive ut 1014 ad 1000, ac proinde differentia eorum sinuum $\frac{14}{1000}$, quæ in nostra aqua est $\frac{1}{37}$, quod ostendit quanto rarius esse possit id fluidum, & tamen montes omnes obtegere, nec nimio plus quam par est supra hemisphærium illustrare de lunæ globo.

143. Hinc autem facile patet & responsio ad binas difficultates, quæ contra ipsum fluidum objici possent. Altera desumitur ab imagine solis, quæ in suprema ejusmodi fluidi superficie observari deberet, altera ex tanta pelluciditate in tanta altitudine. Nam in nostro mari in multo minore altitudine fundum videre non possumus, & celeberrima est Halleyana observatio, qui cum in urinatoria machina ad ingentem altitudinem descendisset infra maris superficiem, radium directum per fenestram machinæ irrumpentem in manum vidit rubeum, aquas vero reflexo lumine virides,

violaceis fere omnibus jam depositis per superiores reflexiones in aqua.

144. Quod ad imaginem pertinet, jam supra vidimus num. 27, quam exigua esse debeat, quam tenui lumine esse possit, quæ tenuitas in tanta hac fluidi tenuitate maxima omnino esse debet. Cum igitur præterea semper incurrat in partem lunæ a sole illustratam, nihil sane mirum, si a nobis percipi nequaquam possit.

145. Quod vero pertinet ad diaphaneitatem, licet multo etiam densius esset fluidum ipsum, dummodo esset maxime homogeneum, certum omnino est, vel nullos radios, vel admodum exiguam radiorum semel ingressorum partem reflecti debere, cum radii non reflectantur, nisi in mediorum mutatione, ob inæqualitatem virium in ejus particulas agentium, & in solidissimis quibusque corporibus nos quidem agnoscimus vacui spat i infinities majorem copiam, quam materiæ, ut proinde possint radii seclusa earum virium inæqualitate vagari quamcunque in partem liberrime. In mari tam multæ tam multorum salium admixtæ particulæ plurimum luminis intercipiunt, ac nulla ne purissimorum quidem fontium aqua ita est pura, ut mineralium, ac terrearum particularum, & salinarum ingentem copiam admixtam non habeat, quæ in longiore tractu ingentem luminis vim intercipiunt, ac reflectunt. Quanto autem magis perspicuitas, ac pelluciditas ingens cum tanto majore tenuitate fluidi conciliabitur!

146. Atque hæc de nostro fluido dicta sint satis: illud unum sub finem hic monendum ducimus; si amplitudo annuli inveniatur & lunæ concentrica, & amplior ita, ut si tota tribuatur illi nostro arcui *H h* figuræ *m* viso in *b B*, secum trahat nimis magnum arcum *b H* videndum utrinque in lunæ phasibus ultra semicirculum; id quidem non secum trahere falsitatem theoriæ fluidi ipsius, sed so-

lum postulare aliam ejusdem annuli causam, vel ab atmosphæra lunæ petitam, vel si hæc argumentis, quæ jam proferemus, rejicienda omnino sit, adhuc incognitam. Quin immo adhuc multo major densitas in fluido nostro admitti posset ita, ut altitudo quidem subtendat in terra angulum 10 secundorum, arcus vero *m H* tantummodo 20, quem quidem arcum ob inæqualitatem in luna limitis umbræ, ac lucis omnino deprehendi observando non posse, evidentissimum est. Eo casu esset *m b* ad *m H*, ut 1 ad 2, sinus ncidentiæ ad sinum anguli refracti, ut $\sqrt{5}$ ad 2, sive ut 118 ad 1000, unde differentia sinuum prodit $\frac{118}{1000}$, sive $\frac{1}{8}$, tanto adhuc minor, quam in aqua nostra, & imago in prima superficie languidissima, atque insensibilis.

147. Illud autem non omittendum, mira admodum phænomena haberi debere oculo intra ejusmodi fluidum immerso, quæ & piscibus in aqua nostra demersis omnino occurrunt, si superficies aquæ quiescat. Radius *Q F* (*in Fig.* 16.) tangens fluidi superficiem in *F* refringatur per *F A*, ad punctum aliquod *l* nuclei. In ipsa *F l* sit punctum *A* quodvis, per quod transeat recta *g A T* contingens globum in *N*. Centro *F* intervallo *F l* inveniatur in superficie nuclei punctum *M*: sit alia tangens *G A n t*, ac ex *G* itidem tangens nuclei *G O*, tum per *A* alia *V f A L* contingens fluidum in *f*, ac refracta per *f A*, & per centrum *C* ac *A* recta *C A D* occurrens nucleo in *I*, fluido in *D*.

148. Si jam ex *A* exeant radii circumquaque, *A B D* abibit irrefractus: quivis *A F*, *A e* in angulo *f A F* prodire poterit refractus per *E P*, *e p*: bini *A F*, *a f* prodire poterunt per tangentes *F Q*, *f V*. Reliqui omnes in fluidum obliquius incident, adeoque reflectentur necessario in totum. Ex ipsis ii, qui impingent in *F G*, reflectentur ad arcum *M O*: quicunque *A H* jacuerit in angulo *G A T*, reflectetur per chordam *H R* evitantem nu-

cleum, quamobrem etiam ex *H* reflexus per æqualem chordam, & ita porro in infinitum, nunquam aut extra fluidum prodibit, aut in nucleum incurret, & idem accidet radiis jacentibus in angulo *g A t*. Reliqui contenti angulo *H A n* directe in nucleum incident.

149. Quamobrem e contrario objecta extra fluidum sita per totum spatium *F Q P D p q f V* oculo sito in *A* apparebunt intra angulum *F A f*: horizon apparens respectu ejus oculi pro objectis extra fluidum sitis erit conus *F A f*, nec sol, aut ulla stella illi nascetur nisi in distantia a zenith, quam requirit angulus *B A F*, cumque pro quovis objecto *P* viso per radium *P E A* prope horizontem *F A*, refractionis angulus in aqua nostra sit ingens, ingens pariter erit discrimen inter diversorum radiorum coloratorum refractiones, adeoque omnium Fixarum & planetarum imago prope ortum, vel occasum debet oculo immerso in ejusmodi fluidum videri maxime oblonga, & coloribus distincta, ac data vi refractiva facile definiri potest pro quavis apparenti altitudine longitudo imaginis, & separatio colorum, quæ in aqua debet esse admodum magna ita, ut pisces perpetuo contemplari debeant sine prismate coloratum Newtoni spectrum. In angulo autem *F A G*, & *f A g* videre debet picta in *F G*, *f g* objecta, quæ sunt in superficie nuclei in *M O*, tum in angulis *G A T*, *g A t* erunt densissimæ tenebræ, nisi forte piscis alius in eo tractu occurrat intra fluidum, nam nullus radius in eo angulo deferri poterit ad oculum nec delatus extra fluidum, nec e nuclei puncto aliquo. Demum in angulo *N A n* apparebit directis radiis superficies nuclei *N I n*; quæ quidem omnia phænomena mira sane sunt, semper quieto mari piscium oculis obversantur, & eadem viventibus in luna positis, si qui oculos habeant, perpetuo apparere debent, superficie fluidi, in quo innatant perpetuo quiescente, cum per

eam

eam perpetuo ejusdem formæ fundi superficiem intueamur. Sed hæc innuisse sit satis.

150. Hisce fusius aliquanto expositis, quæ ad fluidi nostri theoriam pertinent, jam de atmosphæra, quæ hoc ipso fluido superior esse deberet, nostrum proferemus judicium. In primis autem illud nobis videtur evidentissimum, lunam carere atmosphæra simili nostræ, deinde illud etiam arbitramur admodum probabile, & fere certum nullam sensibilem atmosphæram circa lunam haberi, sive nullum fluidum æthere ad sensum densius, & paulatim a lunæ superficie per continuos gradus rarescens, donec in ipsum desinat ætherem.

151. In primis lunam carere atmosphæra simili huic nostræ evidentissime demonstrant phænomena illa omnia, quæ in ejusmodi atmosphæra exhibere deberent immersiones, ac emersiones stellarum fixarum, ac planetarum, quæ a num. 77. persecuti sumus. Nihil ejusmodi observamus in luna. Nunquam emersio Fixæ, aut planetæ præcedit immersionem: nunquam describitur duplex illa curva *G H N h g*, & *h N' H'* (*Fig.* 12.). Immerguntur sæpe, & Fixæ, & planetæ, ac delitescunt, quæ nunquam deberent oculos fugere observatoris. Nunquam apparet Fixa in annulum illum *V R u r* circa totam lunam diffusa: nunquam solis, vel planetæ alterius prope centrum vel ad centrum ipsum lunæ devenientis discus attenuatus in immensum, vel circa omnem lunæ limbum dispersus, & alia ejusmodi, quæ perpetuo observaremus, omnino non accidunt. Accedit ingens colorum separatio, quæ haberetur prope immersionem, & emersionem juxta num. 100. rubor juxta num. 111. luminis amissio, & recuperatio per gradus juxta num. 106. confusio ingens limbi lunæ in solis defectibus juxta num. 103: lumen solis, quod paulatim, & per gradus desineret in tenebras

juxta num. 106: atmoſphæræ extantis ſupra lunæ diſcum, & excurrentis ultra cornua phænomenum, quod haberetur juxta num. 103: in ipſa luna ab hemiſphærio obſcuro ad clarum tranſitus per gradus, & crepuſcularem illum tractum, qui adeſſet juxta num. 106: confuſio illa partium extremarum lunæ, quæ appareret in limite illuſtrationis, & in margine diſci a nobis viſi, ac demum umbrarum potiſſimum circa illuſtrationis marginem, diſcrimen, quod eſſet perquam exiguum, a partibus illuſtratis juxta num. eundem.

152. Et ſuperiora ſane omnia perpetuo apparerent, atmoſphæra etiam nullis vaporibus denſioribus obruta, nullis nubibus, aut nebulis impedita, ſi eſſet noſtræ omnino ſimilis, ut evidentiſſime patet, ac præterea identidem haberentur & nubes, & nives. Patet itidem evidentiſſime illud etiam, ea in luna omnino non obſervari. Et quidem quod ad nubes pertinet, iis & Hugenius ad excludendam atmoſphæram lunæ eſt uſus in Coſmotheoro lib. 2. cum dicat: *ſed neque nubes ullæ ſunt. Si enim eſſent, videremus eas nunc has, nunc illas lunæ regiones obtegere, ac viſui noſtro ſubducere, quod nequaquam contingit, ſed perpetua apparet ſerenitas.* Nec illud nos movet, quod Monierius in notis, quibus Keillii editionem ſuam illuſtravit, adjecit, poſſe aliquas haberi nubes in hemiſphærio non illuſtrato, in illuſtrato nullas apparere ob ingentem calorem. Profecto hic apud nos ſub ipſa zona torrida multo pluribus in locis frequentiores ſunt nubes, quam ſub temperatis, & norunt ſane Pariſienſes Academici, quantum impedimenti perpetuæ quandoque nubes ipſis attulerint in metiendo Meridiani gradu occupatis. Hinc ſi atmoſphæra noſtræ ſimilis adeſſet, etiam in illuſtrato hemiſphærio nubes haberentur, potiſſimum cum fere omnis lunæ facies editiſſimis montibus ſit plena. Sed nos quidem nullas haberi, ne in obſcuro quidem arbitramur, nec Louvilliana illa fulgura in totali eclipſi obſervata nos movent, quæ ſane in tanta diſtantia viſum effugerent juxta num. 138. Idem autem Hugenius ad atmoſphæram excludendam uſus eſt ibidem etiam argumento limbi non ſenſim evanidi, ſed diſtincti; *Si qua enim*, inquit, *talis extaret, non poſſet extrema lunæ ora tam præciſe circumſcripta ſpectari, quam ſubeunte ſtella aliqua ſæpe animadverſa eſt, ſed evanida quadam luce, ac velut lanugine finiretur.* Atque alia ex iis, quæ adduximus, ab aliis etiam ipſam atmoſphæram excludentibus adhiberi ſolent, quos perſequi non vacat, verum immerſiones illæ, & emerſiones Fixarum, vel planetarum, quas adhibuimus primo loco, omnium evidentiſſime noſtro quidem judicio contra atmoſphæram noſtræ prorſus ſimilem rem omnem conficiunt.

153. At nec multo tenuior atmoſphæra circa lunam admitti poteſt. Ea, quam Eulerus aſſumpſit in tabula allata num. 88., eſt adeo tenuis; ut ipſo teſte bis centum vicibus noſtra hac atmoſphæra tenuior ſit, quam qui fere millies eſſe tenuiorem aqua perpenderit, videbit ſane, quam Euleriana illa ſit tenuis. Adhuc tamen illa ipſa, quæ horizontalem refractionem ſecum trahit 20″ tantummodo, tantos in occultationibus Fixarum, & planetarum effectus ederet, ut vidimus num. 75. At aliis omnibus miſſis conſideretur contractio moræ inter immerſionem, & emerſionem, quæ ad plura minuta ſe extendit juxta num. 90. contractio diſtantiæ inter ſtellas integro minuto, vel dimidio, vel etiam minus inter ſe diſtantes, quæ duplo minor evaderet juxta num. 96, ac potiſſimum contractio in planetis lunæ diſco proximis diametri ad centrum tendentis, quæ duplo brevior evaderet altera diametro parallela limbo juxta n. 98. Hæc phænomena non aliquando

densioribus vaporibus obruta atmosphæra lunari, sed semper, eaque purissima haberi deberent, si ea tantam densitatem haberet, quæ refractionem pareret horizontalem secundorum 20, qualem Eulerus assumpsit.

154. At ejusmodi phænomena non semper haberi, evidentissimum est observanti cœlum, immo rarissimi sunt ii casus, in quibus aliquod indicium alicujus tantummodo ex effectibus ab atmosphæra requisitis, atque id plerumque admodum ambiguum, habeatur. Nobis sane nihil ejusmodi unquam contigit pluribus jam occultationibus observatis. Idem testatur nobis de observationibus suis, in quibus exercitatissimus est doctissimus vir P. Christophorus Maire nuper ab Academia Parisiensi suus, ut appellant *Correspondens* nominatus. Idem nuper humanissimis literis ad me datis celeberrimus Eustachius Zannottus Bononiensis Astronomus testatus est, in tam multis ejusmodi observationibus a se habitis, nullum se unquam atmosphæræ indicium habuisse. Idem autem Jacobus Cassinus in Astronomiæ elementis testatur admodum generaliter, ibi enim lib. 3. cap. 3.; *Fixæ*, inquit, *& Planetæ, dum occultantur a luna, nullam patiuntur sensibilem alterationem, dum subeunt, vel emergunt.* Idem etiam in Commentariis Parisiensibus ad an. 1715, ubi refert Veneris occultationem Montepessulano observatam eo anno sine ullo mutationis indicio, observatoribus licet in idipsum intentis, ob annulum, qui atmosphæræ lunari tribuebatur in eclipsibus solis, affirmat, nec sibi, nec Malezievio, nec Maraldo ullam unquam mutationem notatam in pluribus planetarum eclipsibus, & interdiu & per noctem observatis. Mairanius in Commentariis Parisiensibus ad annum 1716 occasione occultationis Jovis post lunam, in qua nullum deprehendit indicium atmosphæræ, sic habet: *Ego nunquam observavi id genus eclipsium, quin fuerim in id intentus, ut viderem, num ullam mutationem subiret astrum in suo ingressu, & egressu e luna. In illa anni 1704, in qua coloris mutatio fuisset ex maxime sensibilibus, quia Jupiter visus interdiu per telescopium videbatur subalbus, nullam nos mutationem percepimus in ejus ingressu, & egressu. Nihilo magis mutationem ullam ego notare potui in emersione Veneris, quam interdiu observavi 19 Maji anni 1692, nec ulla apparuit in illa Veneris per lunam occultatæ 23 Febr. anni 1708, quæ refertur in Commentariis Academiæ ejusdem anni. Demum in magno numero eclipsium Fixarum per lunam nos non potuimus notare ullam mutationem, nisi semel, cum nobis visa fuit Fixa in ingressu in lunam nonnihil recedere.*

155. Wolfius quidem in elementis Astron. parte 2, cap. 1 sic habet. *Cassinus* (in Com. Acc. Paris. ad an. 1706.) *sæpius observavit figuram Saturni, Jovis, & Fixarum a luna occultatarum prope limbum ejus sive illuminatum, sive obscurum ex circulari in ovalem fuisse transmutatum, sæpius etiam in aliis occultationibus nullam figuræ mutationem animadvertit.* Videtur hic, in Cassinianis observationibus æque sæpe contingere, ut & mutationes videantur aliquæ, & nullæ appareant, ac cum tantummodo Kirckii filii observationem deinde addat, cui visa est aliqua mutatio figuræ Veneris a luna occultatæ 19. Sept. anni 1729, videtur innuere frequentiorem etiam esse mutationis casum, quod, quantum a veritate aberret, patebit partim ex iis, quæ diximus, partim ex iis, quæ jam dicemus. Cassinus in eo loco sic habet: *Nos sæpe observavimus eclipses Saturni, & Jovis, & Satellitum, & aliquarum stellarum fixarum per lunam, quin potuerimus observare ullam mutationem in his astris in eorum immersione.* Hic sane exprimit, quod ipsi plerumque acciderat. Deinde addit: *sed in nonnullis aliis observationibus visum est nobis stellam oblongari paululum, dum se abscondevet.* Profecto hic loquendi modus casum multo rariorem indicat.

Eodem autem anno Hirius *Nos*, inquit, *cognovimus in pluribus occursibus, & conjunctionibus planetarum cum luna, ipsam non habere circa se ullam atmosphæram sensibilem, quoniam hæc corpora non patiebantur ullam refractionem, dum accederent, sed nec dum contingerent.* Nec ullam mentionem facit mutationis unquam observatæ: ac eodem pariter modo Fontenellus generaliter loquitur in Historia ejusdem anni. Quin idem Hirius ad annum 1715 *Nos*, inquit, *idcirco magnum observationum numerum inivimus, sed nunquam quidquam invenimus, quod possit efficere, ut suspicemur adesse circa lunæ corpus materiam ab æthera diversam.*

156. Innumerabiles vero ubique occurrunt singulares observationes, in quibus nulla mutationis habetur mentio, quam plurimæ, in quibus diserte affirmatur nullam extitisse. In eadem illa Kirckii observatione Berolini habita, quæ refertur etiam in Actis Lipsiensibus ad an. 1731, mutatio extitit perquam exigua. Cornua disparuerunt, & telescopio pedum 18 discus apparuit *fere ellipticus*, ac male terminatus. Eandem autem occultationem observavit & Carolus Rostius Norimbergæ, ut habetur in Miscel. Berol. continuatione 2, telescopio minore quidem pedum 6, sed ejusmodi, *ut amborum astrorum limbos, phasimque Veneris fere dichotomam optime exhiberet.* Porro is nullam animadvertit mutationem figuræ, quæ Kirckio apparuit, vidit autem ruborem quendam, de quo Kirckius non meminit. Kirckii vero ipsius plures habentur observationes, in quibus nulla mutatio apparuit, ut in ipsis Miscel. Berolin. contin. 1. refertur Martis egressus e luna interdiu ab eo observatus cum radiis omnibus spuriis spoliatus appareret; apparuit autem exacte rotundus, & terminatus. Idem ibidem contin. 3. refert, observationem Jovis admodum oblique occultati a se habitam, ubi illum & ante immersionem & post

emersionem affirmat, satis clarum apparuisse, at nullam coloris, aut mutationis in figura mentionem facit.

157. Ac in ea quidem observatione is moram inter appulsum primi limbi ad lunam, & immersionem totalem, multo minorem invenit, quam esse debuit pro apparenti diametri magnitudine, quam ex ea observatione intulit 36″, vel etiam 33″, cum ipsi visa sit 1′, & debuerit quidem minor esse 1′, sed omnino major 33″, vel 36″. Sed & ipsa contactuum momenta nec omnia, nec omnino accurate observata esse plures ob causas, patebit ipsam observationem perpendenti, & quod ad rem nostram maxime facit, atmosphæra, si quam luna haberet, debuisset producere id tempus, non contrahere, ut patet ex num. 97, & debuisset non totum discum contrahere, ut adhuc rotundus appareret, sed figuram mutare plurimum, & ellipticam reddere.

158. Ceterum ex omnibus testimoniis, quæ adduximus, illud evidentissime patet, fere semper mutationem haberi nullam, rarissime aliquam observari, & sæpe ambiguam, & sæpe pro diversis locis diversam, ac semper perquam exiguam. Porro cum atmosphæra adeo tenuis, ut illa est ab Eulero assumpta, requirat mutationes adeo ingentes, ut planetarum discus duplo longior apparere debeat, quam latior admodum evidenter patet, ne tam tenuem quidem, immo nec multis vicibus tenuiorem auram haberi circa lunam.

159. At unde igitur mutationes illæ exiguæ, quæ quandoque observantur? Ac illis quidem accedit & observatio aliqua palloris, in ultimo arcu solaris limbi, cum sol anno 1715 defineret sub solem immergi, Londini habita a Louvilleo, ac levis rubor ejusdem aliquando in fine pariter immersionis observatus. Narrat Louvilleus idem, cornu solaris limbi prope immersionem totalem visum discedere ab arcu reliquo, ut ex nostræ atmosphæræ

refractione, & undis prope horizontem quandoque fit in sole, & luna. Eulerus autem in eclipsi illa solis annulari anni 1748 testatur in Commentariis Berolinensibus ejusdem anni supra memoratis, sibi visum discum solis, cum ipse annulus formaretur, excrevisse nonnihil; nam circulo, cui in imagine ante congruebat, deinde major est visus, excursu 15 secundorum circiter, ac postea ad priorem magnitudinem rediit.

160. Hæc & alia ejusmodi phænomena explicari possent, admittendo circa lunam aliquod auræ genus ita tenue, & ejus naturæ: ut nulla sensibili vi refractiva, & reflexiva præditum esset, adeoque nec refringeret, nec reflecteret radios; in qua aura aliquando licet perraro eleventur vapores tenuissimi, & minus ponderantes, aliqua tamen vi refractiva, & reflexiva prædit, qui raris ejusmodi phænomenis faciant satis. At ne ea quidem sententia nobis arridet. Possunt enim eorum phænomenorum causæ aliunde repeti, sine figmento auræ nulla sensibili præditæ actione in lumen, & adeo rara vaporum elevatione, qui in facie nobis obversa nunquam in nebulas concrescant, & nubes. Aliquot earum causarum capita brevissime attingemus.

161. In primis multa ejusmodi phænomena provenire possunt a vitio telescopiorum. Hujus generis sunt colores, qui quandoque apparuerunt in disco planetæ. Ejusmodi colores Louvilleus, & Isleus observarunt uno minuto ante immersionem Veneris anno 1715, ut habetur in Commentariis Parisiensibus ejus anni, viderunt limbum Veneris lunæ proximum rubeum, remotiorem vero violaceum. Louvilleus id attribuit atmosphæræ lunari, Isleus diffractioni. At ex iis, quæ Isleus addit, notavit Cassinus deberi telescopio: nam & vitri objectivi apertura erat ingens, & lunæ limbus occupabat centrum campi. Idem autem Isleus eodem anno in observatione occultationis Jovis, cujus & superius mentionem fecimus, affirmat, & sibi, & Chardeloupio nullos colores visos, qui atmosphæræ lunæ tribui possent, visum autem Jove adhuc a luna remoto rubeum colorem versus telescopii centrum, & violaceum versus margines. Quandoque autem in medio ipso campo colores a telescopio exhibentur, ubi nimirum vitrum objectivum non ita affabre elaboratum est, ut recta, quæ jungit centra superficierum, transeat per medium aperturæ.

162. Ejusdem telescopii vitio videri quandoque potest & stella quæpiam lunari limbo aliquandiu adhærens. Si enim telescopium non sit egregium, vel non accurata sit pro observatoris oculo distantia ocularis vitri ab objectivo, non habetur ea, quam dicimus, objecti terminatio. Radii nimirum excurrunt, & imaginem majorem reddunt, ac confundunt. Hanc ob causam & Galilæo visus est discus lunæ illuminatus amplior obscuro, ac excurrens, quem ipse excursum atmosphæræ lunari tribuit in Nuncio sidereo, omnino male: nam optimis telescopiis, ubi circa novilunia videtur etiam tota disci obscura pars, uterque limbus obscurus, & lucidus sine ullo excursu continuatur, quod & nos sæpe experti sumus. Hinc si & astrum augeatur, & augeatur lunæ species, videbitur astrum ipsum, ut lunam primo contingens multo ante, vel ultimo deserens multo post. Ac ea est causa etiam phænomeni, cujus meminit Isleus ad annum 1715, cum Venus integra intra discum lunæ apparuit prope limbum, nimirum intra spatium a radiis aberrantibus occupatum. Idcirco in Jovis occultatione maxime intentus in id fuit cum Chardeloupio, sed Jupiter ipse in lunæ limbo ne minimam quidem foveolam excavavit. Ipse autem notat telescopii terminationem extitisse egregiam.

163. Eidem causæ tribui omnino debet phænomenum, quod ad probandam atmosphæram lunarem affert Monnierius in notis ad Keillium, cum stella Aldebaram disparuit anno 1736, & 1138

post incisuram veluti quandam lunæ limbo factam. Eidem moræ, quam per 2 minuta Parisiis habere visa est in limbo stella Hirio anno 1718, quam Poundius prope Londinum, Manfredius Bononiæ vidit immergi sine ejusmodi mora. Struickius in introductione ad Geographiam Generalem censet, hoc phænomenum tribuendum esse atmosphæræ lunari ita humili, ut montes non excedat. Aliquando occultari stellas ab editioribus lunæ partibus sine ullo atmosphæræ indicio, aliquando ab humilioribus. Diversis autem locis a diversa lunæ parte occultari. At si ea esset causa, aliquando stellæ oblique occultatæ per hiatus illos humiliores iterum post occultationem emergerent, & asperum lunæ limbum videremus. Telescopii non terminantis vitio vertendum potius: nam ex Comm. Paris. ad eum annum constat, apparuisse adhærentem Hirio per 2′, Cassino plus uno minuto, Maraldo solum per aliquot secunda.

164. Colores possunt & ab atmosphæra terrestri provenire. Sic in eadem observatione memorata num. 161 idem Isleus cum socio vidit in Jove a luna remoto, & horizonti proximo rubeum colorem ex superiori parte, violaceum ex inferiori. Porro id tum quidem e regulari inæqualitate refractionum accidit. At sæpe vapores interiecti, & regulares colorem rubeum efformare possunt casu fortuito in ipso appulsu planetæ ad limbum lunæ. Ejusmodi vapores latius diffusi gignunt etiam colores tam varios, quos sæpe in luna per noctem intuemur. Iis sane tribuenda sunt phænomena tanti discriminis colorum, qui spectantur sæpe in eclipsi lunæ eodem tempore. Colores, qui in ejus defectu apparent ubique iidem, debentur radiis per atmosphæram terrestrem transeuntibus ad eam detortis, qui si ob nubes terram circumquaque tegentes nulli deferantur, ea prorsus delitescet. At quandoque alibi alii videntur, & alibi luna non apparet, apparet alibi, ut Ric-

ciolius Almag. l. 4. cap. 6. affirmat anno 1642. Apr. 14. in eclipsi totali Venetiis Julio Justiniano, Viennæ Bonvicino, & Pierono rubram, eodem vero tempore teste Vendelino ereptam ex oculis ubique per Belgium, Ricciolio quoque ipsi Bononiæ, & sociis per horam integram sereno cœlo frustra quæsitam. Id quidem, sunt, qui tribuant atmosphæræ lunari ad certum angulum detorquentis radios omnes in certam plagam, quod incredibile prorsus est. Ipsa enim atmosphæra illa illustrata videri debuit, nec ea ad certum angulum potest totius hemisphærii lunaris lumen detorquere ab una regione ad aliam adeo proximam. Multo verosimilius, etiam seclusis argumentis, quibus lunæ atmosphæra excluditur, tribui potest phænomenum ipsum terrestri atmosphæræ. Nec obest cœlum serenum. Nam satis tenuis caligo potest obtundere penitus lumen illud subfuscum, & per se satis hebes. Sic eandem ob causam vaporum cœlo sereno occupantium atmosphæram nostram debuit & Hevelius maculas lunæ non semper æque claras vidisse, licet acutissimum stellularum lumen viderit, quem multi adducunt ad probandum atmosphæram lunarem. Eodem autem pacto a terrestribus vaporibus & Fixarum, & solis, ac planetarum lunæ proximorum colores oriri quandoque possunt.

165. Irregularis aliqua atmosphæræ terrestris refractio potest in stellas lunæ proximas & tremorem inducere, quem Monnierius in sua occultatione Aldebaram notatum refert, ut sæpe & in remotas inducit: potest effecisse, ut in observatione illa Kirckii relata num. 156. Veneris cornua evanescerent ex oculis, & ipsa videretur confusa. Nam & in Veneris occultatione Montepessulano observata, quam Cassinus refert in Comment. Paris. ad ann. 1715, emersio videri non potuit, *ob ingentem*, inquit, *calorem, quo aer agitabatur, & erat in causa, ut Venus identidem ex oculis eriperetur:* potest induxisse mutationem aliquam figuræ in illo

perquam exiguo observationum numero; in quibus est visa, ut in Comment. Paris. ad ann. 1745 refertur observatio solis elliptici trans nebulam in altitudine 17, vel 18 graduum supra horizontem, & idem phænomenum habetur etiam ad annum 1733, in altitudine graduum 10. Inæqualitas refractionis in binis limbis, multo facilius haberi potest in majore limborum distantia in sole, vel luna, quam in planetis reliquis, sed multo minor sufficit, in his, ut elliptici appareant, & vapor multo minor interpositus rem præstare potest.

166. Atmosphæra solis etiam potest præstare plures effectus huc pertinentes. In primis ab ea provenire potuit, quædam velut aurora, quam in lunæ limbo vidit Louvilleus Londini paulo antequam sol emergere inciperet. Nam pars atmosphæræ solaris ipsi proxima satis est clara, & ante solem emergit, ac potest in ipsa quidem emersione ea pars continuisse densiores vapores jam concrescentes in maculam, & reflectentes solis lumen; potissimum cum in emersione idem animadversum non sit. In ea potest prope ipsum finem solaris eclipseos casu oriri exigua macula, quæ limbum lunæ nonnihil inæqualem exhibeat, & limbo ipso emergente, vel paulo post intereant, vel a limbo solis evadant ad latus. Quid vero si ejusdem atmosphæræ solaris, cum longissime a sole protenditur, & juxta Mairanii sententiam nostras Boreales Auroras parit, pars aliqua densior lunæ occurrens vi gravitatis in ipsam decidat, & vel aliquam superficiei partem aliquamdiu occupet, vel totum ejus globum ambiat? Posset illa sane præstare exiguo illo tempore eosdem effectus, qui ab atmosphæra lunari pendere videantur, donec dissoluta illa massa absorberetur a reliqua omni atmosphæra solari, vel cum nostro illo fluido lunam ambiente commisceretur. Massas densiores volitare per atmosphæram solarem est admodum verosimile, & ab iis etiam oriri ignes quosdam, qui

quandoque in multo majore distantia a terra sunt visi, quam sit ea, ad quam atmosphæra terrestris pertingit.

167. Huic causæ & dilatatio illa disci solaris ab Eulero observata tribui posset, quamquam ea ab aliis etiam causis produci potuisset. Testatur Eulerus cornibus jam plurimum attenuatis, extremas eorum cuspides in imagine cepisse egredi e circulo illo, cui antea tota peripheria solis accuratissime congruerat, & reliquus ejus arcus omnis adhuc congruebat, donec annulo efformato peripheria tota ex eodem circulo circumquaque evaserit, ac deinde iterum ad priorem congruentiam redierit. Nisi reliquo arcu congruente cuspides e circulo evasissent, id quidem phænomenum potuisset tribui etiam contractioni cuipiam telescopii, ut & Kirckius in Misc. Berol. contin. 1. dum observaret occultationem stellulæ post lunam anno 1717, invenit telescopium uno digito contractum, quo restituto, iterum contractio notata cum mutatione diametri lunæ.

168. Verum causam admodum probabilem in eadem epistola, cujus etiam supra mentionem fecimus, nobis suggessit doctissimus vir Eustachius Zannottus. In ea is affirmat, se in eadem eclipsi, licet plus quam duo solares digiti superessent, pariter observasse excursum imaginis ultra circulum, quæ deinde itidem congruentiam præcedentem recuperaverit. Ad id imaginis incrementum, affirmat, se tribuisse potius lumini cœli circumjacentis imminuto ob tantam solis partem obtectam. Radii nimirum erratici ad majorem distantiam a vero imaginis limbo conspicui sunt, ubi cœlum contiguum est multo obscurius. Sic & stellarum, ac planetarum diametros in plena diei luce multo minores videmus, quam per noctem. Et quidem ab eadem causa pendere potuit & illud, quod Londini observaverat Louvilleus, nimirum solis limbum in tenuissima postrema falce jam obtegendum pallere vicini interitus

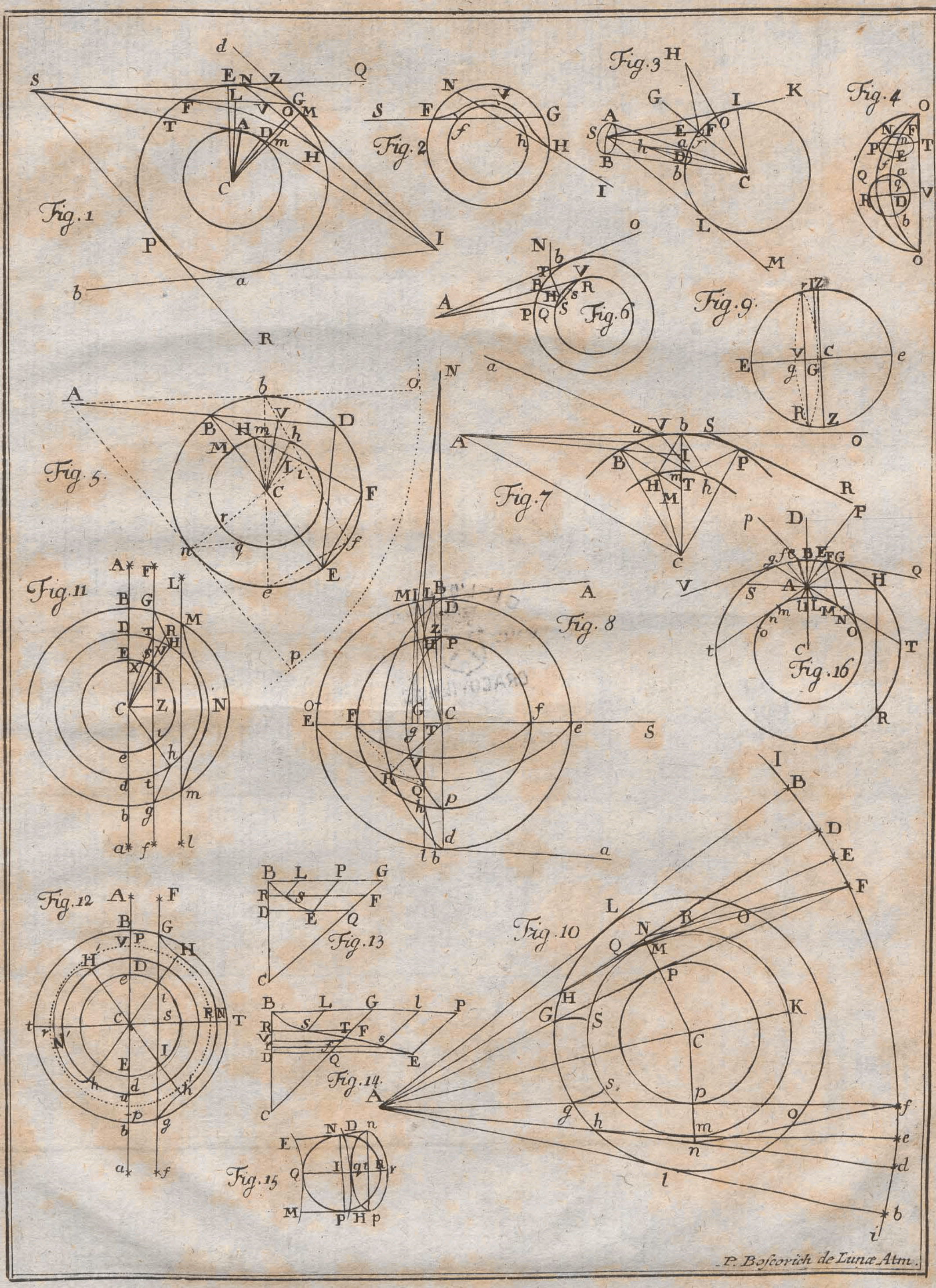
velut prænuncium. Quo enim falx attenuatur magis, eo pauciora ſunt ſolis puncta, ex quibus radii aberrantes excurrunt, ac proinde eo languidius lumen ipſum, quod excurrit. Sed quidquid de eo ſit, ſi Euleri phænomenum ab atmoſphæra lunæ proflueret, planetas ſemper lunæ proximos duplo magis in longum productos videremus, quam in latum, ut ſupra demonſtravimus, quod ſecus contingit.

169. Poſſet quiſpiam pro lunæ atmoſphæra argumentum deſumere etiam ex Blanchiniana obſervatione, quæ habetur in novis Heſperi, & Phoſphori Phænomenis. Is nimirum in Platonis macula exiſtente in margine illuminationis vidit teleſcopio palmorum 150 radium tanquam e foramine quopiam, quod eſſet in margine ejus maculæ, irrumpentem oblique in cavitatem maculæ ipſius, & per ipſam totam extenſæ ſimilem illis, quos quotidie videmus per foramen feneſtræ in obſcurum conclave ingredi ductu lucido ob pulverem volitantem. Nam is radius videtur illi conſpicuus eſſe non potuiſſe, niſi ob atmoſphæram lunarem reflectentem. At fieri potuit, ut ille ipſe radius per fundum potius maculæ illius ſe protenderit, & ſolidam lunæ partem illuminaverit oblongo ductu.

170. Illud unum jam ſupereſt, ut moneamus, non idcirco a nobis neceſſario admittendam eſſe lunæ atmoſphæram, quod illud fluidum admittamus, ex quo nimirum vapores plurimi debeant perpetuo elevari, & atmoſphæram efformare. Nam in primis noſtrum ipſum fluidum poteſt eſſe naturæ admodum diverſæ a natura aquæ, quæ exiguo calore in vapores abit maxime elaſticos. Deinde nec illud eſt certum, aquam noſtram in vapores abituram, ſi nullus adeſſet aer ipſi admixtus, cum quo agitata caloris vi, ejus particulæ conjungerentur. Vapores demum ipſi ex aqua noſtra educti idcirco aſcendunt, quia aerem inveniunt ſe graviorem, quo ſurſum truduntur, qui ſi nullus adeſſet, elevari omnino non poſſent. Idem autem illud fluidum, potiſſimum ſi aere deſtitutum ſit, poteſt etiam inſervire conſervationi viventium, qui ſole eandem lunæ partem urente per 15 totos dies, nam una lunæ converſio circa axem reſpectu ſolis 30 fere diebus fit, haud ita facile viverent. Vehementi aeris fermentatione, & efferveſcentia ſublata, ſine ullo incommodo conſervabuntur.

171. His omnibus demum perſpectis illud evidentiſſime patet, nihil eſſe, quod atmoſphæram evincat. Fluidum illud noſtrum ſatis validis argumentis confirmavimus, cujus & uſum oſtendimus. Atmoſphæram noſtræ omnino ſimilem in luna non haberi evidentiſſime demonſtravimus; nullam autem adeſſe, quæ ſenſu percipi poſſit, ſatis etiam, ni fallimur, validis rationibus oſtendimus, cum & ſingularium phænomenorum, quæ eam indicare videntur, cauſas protulerimus tam multas, & oſtenderimus alia plurima, quæ nunquam obſervata ſunt, debere ab ea conſtanter gigni.

FINIS.


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
P. Boscovich de Lunæ Atm.



Notre Dieu les ramene assez ponctuellement,
Pour regler des moissons les précieux moments.